

## تحويل لابلاس Laplace Transform

يعرف تحويل لابلاس لدالة  $f(x)$  حيث  $x > 0$  والذي يرمز له بالرمز  $\bar{f}(p)$  بالشكل

$$\bar{f}(p) = \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx \dots \dots (1)$$

بشرط ان يكون هذا التكامل متقارب و  $p$  عدد حقيقي وكذلك يرمز لتحويل لابلاس بالرمز  $\bar{f}(p)$

$$L\{f(x)\}$$

وبذلك تكتب المعادلة (1) بالصورة :

$$L\{f(x)\} = \bar{f}(p) = \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx \dots \dots (2)$$

## خواص تحويل لابلاس

ان تحويل لابلاس هو تحويل خطي أي انه إذا كان  $A, B$  ثابتين وان كل من  $f(x), g(x)$  دالة للمتغير  $x$  و  $L\{ \}$  هو تحويل لابلاس فان

$$1 - L\{Af(x)\} = AL\{f(x)\}$$

$$2 - L\{Af(x) + Bg(x)\} = AL\{f(x)\} + BL\{g(x)\}$$

## برهان الخاصية الأولى

$$L\{Af(x)\} = \int_0^{\infty} Ae^{-px} f(x) dx$$

$$= A \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx = AL\{f(x)\}$$

## برهان الخاصية الثانية

$$L\{Af(x) + Bg(x)\} = \int_0^{\infty} e^{-px} (Af(x) + Bg(x)) dx$$

$$= \int_0^{\infty} A e^{-px} f(x) dx + \int_0^{\infty} B e^{-px} g(x) dx$$

$$L\{f(x)\} + B L\{g(x)\} = A$$

### تحويل لابلاس لبعض الدوال المهمة

الجدول ادناه يحتوي على تحويلات لابلاس لبعض الدوال مثل الدوال الثابتة والاسية والمثلثية ومتعددات الحدود.

جدول (١) تحويل لابلاس لبعض الدوال الأساسية (مهم جداً جداً يحفظ عن ظهر قلب)

$f(x)$	$\mathcal{L}\{f(x)\}$
$1$	$\frac{1}{p}, p > 0$
$x$	$\frac{1}{p^2}, p > 0$
$x^n$	$\frac{n!}{p^{n+1}}, p > 0, n = 1, 2, 3, \dots$
$e^{ax}$	$\frac{1}{p-a}, p > 0$
$\sin ax$	$\frac{a}{p^2 + a^2}, p > 0$
$\cos ax$	$\frac{p}{p^2 + a^2}, p > 0$
$\sinh ax$	$\frac{a}{p^2 + a^2}, p >  a $
$\cosh ax$	$\frac{p}{p^2 + a^2}, p >  a $
$e^{ax} \sin bx$	$\frac{b}{(p-a)^2 + b^2}, p > a$
$e^{ax} \cos bx$	$\frac{p-a}{(p-a)^2 + b^2}, p > a$
$e^{ax} x^n$	$\frac{n!}{(p-a)^{n+1}}, p > a$

## واجب بيتي HW

(١) جد تحويل لابلاس للدوال التالية باستخدام التعريف:

1)  $e^{6x}$     2)  $xe^{3x}$     3)  $\cos 2x$

(٢) جد تحويل لابلاس للدوال التالية باستخدام الخاصية الخطية والجدول (١):

1)  $6e^{-3x} - x^2 + 2x - 8$

2)  $5 - e^{2x} + 6x^2$

3)  $x^3 - xe^x + e^{4x} \cos x$

4)  $x^2 - 3x - 2e^{-x} \sin 3x$

5)  $e^{3x} \sin 6x - x^3 + e^x$

اعداد م. هويدا محمود