Multiply eq.(5) by V_s ; we get :

$$V_s K \approx 2V_s\, \omega n c^{-1} \sin\frac{\theta}{2} \qquad (7).$$

$$\omega_{\circ} = 2V_s\, \omega n c^{-1} \sin\frac{\theta}{2} \qquad (8).$$

if $\sin\frac{\theta}{2} = 1 \longrightarrow \quad \frac{\omega_{\circ}}{\omega} = 2V_s\, n c^{-1} = 5 * 10^{-6} \quad (9).$

وهذا هو اقصر تغيير نسبي لتردد الفوتون (الضوء المرئي) نتيجة استطارته غير مرنة وتكون قيمته بحدود $5 * 10^{-6}$.

Inelastic scattering of neutrons by phonons

ان التشتت النيوترون غير المرن يعد احدى الطرق المفضلة في التحدير العملي في علاقات التفريق للفونون (Phonon dispersion relation) تقدر طاقة النيترون الحرارية 0.025 في درجة 288K وهي مقاربة لطاقة الفونون . اذن نتوقع تغير واضح في طاقة النيوترون خلال عمليه استطارته غير المرنة مع نوى ذرات البلورة .

اذن لو فرضنا ان لدينا نيوترون سرعته $\acute{V}$ وكتلته $\frac{M}{n}$ فان قيمة موجته تعطى بالعلاقة الاتية :

$$K_n = \frac{M_n \acute{V}}{\hbar} \qquad (1)$$

$$K_n \hbar = \rho = momentum = M_n \acute{V}$$

اذن فالطاقة الحركية E للنيوترون تعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{\rho^2}{2M_n} = \frac{\hbar^2\, {K_n}^2}{2M_n} \qquad (2).$$

عند استطارة النيوترون استطارة غير مرنة بامتصاص او توليد فونون فان كلا من متجه موجته وطاقته يتغير كالاتي :

$$K_n \Longrightarrow \acute{K_n} \;,\; E \Longrightarrow \acute{E}$$

وباستخدام قانون حفظ متجه الموجة (قانون حفظ الزخم) وقانون حفظ الطاقة يكون لدينا :

$K_n - \acute{K}_n = G \pm \acute{K}$ (3).

$E - \acute{E} = \pm \hbar\, \omega_{\circ}$

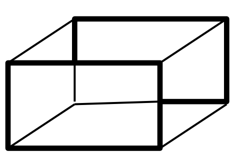
$$\frac{\hbar^2\ K_n{}^2}{2M_n} == \frac{\hbar^2\ \acute{K_n}^2}{2M_n} \pm \hbar\, \omega_{\circ}$$

حيث ان G=0 وان $\hbar\, \omega_{\circ}$ طاقة الفونون المتولد او الممتص (+) او (-) على التوالي في العملية .

Equation of an elastic wave transmitted through continuous solid (homogenous)

لنفترض ان لدينا صلب متجانس (مستمر) تحت تأثير اجهاد كبس (compress stress) من جميع الاتجاهات . لنأخذ جزء صغير v من هذا الصلب على شكل مكعب ابعاده $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ولنفرض ان u هو ازاحة المكعب عن موضع اتزانه باتجاه العدد x:

1. التغير الجزئي في المطاوعة النسبية في طول حافة $\Longrightarrow$ $1 - e_x \quad \frac{\partial u}{\partial x}$ باتجاه المكعب x
2. المطاوعة النسبية عند احد اوجه المكعب عند الموقع $\Longrightarrow$ e_x (x)
3. المطاوعة النسبية عند الوجه الموازي في الموقع $\Longrightarrow$ $e_x(x + \Delta x)$
4. مركبة محصلة القوة المؤثرة على المكعب باتجاه للكل $F_x \Longrightarrow$
5. وحدة مساحة المولدة للمطاوعة النسبية . صلابة المكعب اتجاه x $\Longrightarrow$ $\frac{F_x}{e_x} = c$
6. كثافة مادة المكعب المتجانس ρ

$e_x(x)$  $e_x(x + \Delta x)$

ان العلاقة$e_x(x + \Delta x)$ يمكن كتابتها بالطريقة الاتية :

$$e_x(x + \Delta x) \cong e_x(x) + (\frac{\partial e_x}{\partial x})\Delta x$$

$$e_x(x + \Delta x) \cong e_x(x) + \left(\frac{\partial^2 e_x}{\partial x^2}\right)\Delta x \quad (1)$$

ان تغير في قيمة المطاوعة النسبية بين الموقعين $e_x(x)$, $e_x(x+\Delta x)$ هو :

$$e_x(x+\Delta x)-\ e_x(x)=\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\Delta x \qquad (2)$$

تعطى مركبة القوى المؤثرة على المكعب باتجاه x والمسببة لهذا التغير في المطاوعة النسبية بالعلاقة :

$$F_x(\Delta y\Delta z)=c\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\Delta x(\Delta \mathrm{y}\Delta \mathrm{z}) \qquad (3)$$

يمكننا التعبير عن معادلة (3) بدلالة قانون نيوتن الثاني اي انها تساوي كتلة المكعب($\rho\ \Delta x\ \Delta \mathrm{y}\ \Delta \mathrm{z}$) مضروبة في مركبة التعجيل باتجاه x $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)$

$$c\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\Delta x\ \Delta \mathrm{y}\ \Delta \mathrm{z}=\rho(\ \Delta x\ \Delta \mathrm{y}\ \Delta \mathrm{z}).\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\quad .$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\ \frac{\rho}{c}\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (4)$$

بسبب افتراض ان المادة الصلبة متجانسة ومستمرة ان الموجة لمرنة الحاصلة على الاجهاد وهي موجة طولية , اذًن يمكن التعبير عن سرعة هذه الموجة ككمية ثابتة تساوي :

$$\mathrm{V_s} = \text{constant} =\left(\frac{c}{\rho}\right)^{1/2}$$

ولا تعتمد على تردد الموجة :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\ \frac{1}{V^2{}_s}\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (5).$$

وهي معادلة الموجة لوسط مادي مستمر ومتجانس فـd (1-D).

$$\text{For (3 − D)}: \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{V^2{}_s}\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (6)$$

وان حل هذه المعادلة يعطى بالعلاقة الاتية :

$$u=Ae^{i(kx-\omega t)} \qquad (7)$$

حيث ان u هي مركبة ازاحة الجسيم المكعب باتجاه المحور وA هو سعة الموجة وK هو متجه الموجة الطولية .

$$\omega = V_s k$$

وهي علاقة التفريق الخطية للوسط المادي المتجانس .

Vibrational modes of linear monoatomic lattice :

لكي ندرس الصفات الفيزياوية للاهتزازات المرنة في بلورة عندما يكون الطول الموجي لموجة الاهتزاز مقاربا الى ثابت الشبكية ولكي نعطي اهمية التكرارية للتركيب البلوري على الموجات المرنة يكون مفيدا لدراسة انماط الاهتزاز مثل اهتزاز شبكية خطية من الذرات الاحادية ويعتبر هذا ايضا مدخل لتفسير انماط الاهتزاز المختلفة . وسوف يمكننا من خلال هذه الدراسة ايجاد علاقة التفريق بين التردد الزاوي ω ومتجه الموجة K الحاصلة من ذلك الاهتزاز .

اذاً نفرض ان هناك سلسلة خطية طويلة جدا من الذرات المتشابهة مربوطة ببعضها البعض بنوابض افقية بحيث تكون حركة كل كرة باتجاه موازي للسلسلة وبذلك تكون الموجات الحاصلة من الاهتزاز موجات طولية فقط .