Chapter Two

Thermal properties of solid

السعة الحرارية(Heat Capacity) : هي كمية الحرارة المسببة لتغير درجة حرارة مادة ما درجة مئوية او مطلقة واحدة .

السعة الحرارية النوعية (Specific Heat Capacity) هي النسبة بين السعة الحرارية للنظام الجامع لتلك المادة وكتلة ذلك النظام (او عدد المولات) .

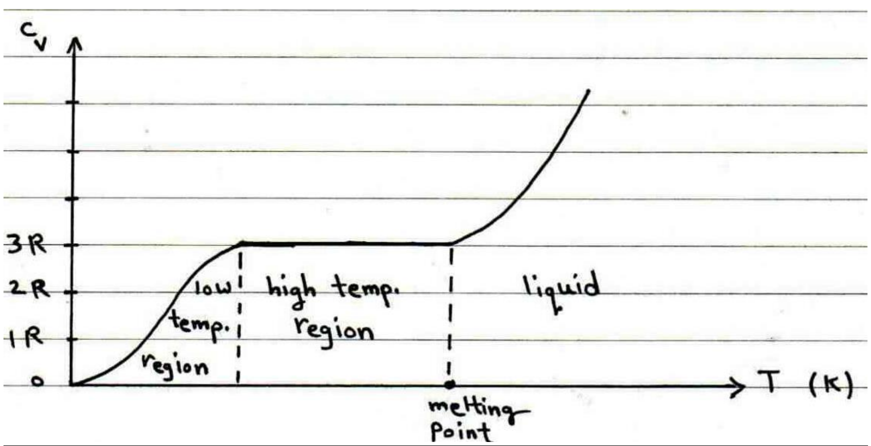
Lattice Heat Capacity

By heat capacity we shall mean the heat capacity at constant volume, which is more fundamental than the heat capacity at constant pressure . the heat capacity at constant volume is define as :

$$c_v = \frac{\partial u}{\partial t}\Big]_v$$

Where u is the energy and t is the temp .

Experience curve c_v of against T :



ان المنحني العلمي للحرارة النوعية c_v بثبوت الحجم يتصف بالمواصفات التالية :

1. عند درجة الحرارة العالية (تحت نقطة الذوبان) نجد ان c_v ثابتة وتساوي :

$$c_v = 3R$$
$$= 24.94\, Joule\ mole^{-1} deg^{-1} \qquad this\ called\ Dulong\ and\ petit\ law$$

ينص قانون $Dulong\ and\ petit\ law$ على انه عند درجات الحرارة غير المنخفضة جدا تكون الحرارة النوعية c_v لجميع المواد الصلبة مقاربة جدا الى 3R وحيث ان الحرارة النوعية للمواد الصلبة تقترب من الصفر عندما $T \rightarrow 0$ فان هذا القانون لا يصح وبمعنى اخر ان الميكانيك الكلاسيكي لا يستطيع اعطاء جواب صحيح لذلك يتوجب التوجيه الى الميكانيك الكمي

2. عند درجة الحرارة الواطئة تتناقص c_v عندما تتناقص درجة الحرارة الى ان تصل c_v الى الصفر عند وصول الحرارة الى الصفر
3. عند درجة الحرارة الواطئة جدا اي عندما تقترب من الصفر المطلق فان c_v تتناسب مع مكعب درجة الحرارة اي $T^3 \propto c_v$

Theoretical calculation of c_v:

1. الحالة الاولى : الجسيمات الحرة $\Leftarrow$ النظرية الحركية للغاز المثالي في هذه الحالة كل ذرة في المادة الصلبة تعتبر في حالة حركة حرة وتمتلك طاقة حركية انتقالية فقط اي

$$\xi = \frac{1}{2} \mathrm{m} v^2$$

When ξ is a function of velocity

لإيجاد معدل الطاقة (ξ) نستخدم العلاقة التالية :

$$\langle \xi \rangle = \frac{\int_0^\infty \xi\, e^{-\xi/k_B T}\, dv}{\int_0^\infty e^{-\xi/k_B T}\, dv} \Longrightarrow \because \xi = \frac{1}{2} \mathrm{m} v^2$$

$$\langle \xi \rangle = \frac{\frac{1}{2} m \iiint v^2 \, e^{-mv^2/2k_BT} \, d^3v}{\iiint e^{-mv^2/2k_BT} \, d^3v} \qquad \Rightarrow$$

$$\langle \xi \rangle = \frac{\frac{1}{2} m \int_0^\infty \iiint v^2 \, e^{-mv_x^2/2k_BT} \, dv_x}{\int_0^\infty e^{-mv_x^2/2k_BT}} + y + z$$

$$\int_0^\infty u^n e^{-au^n} du = \begin{bmatrix} \frac{1}{4a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} & n = 2 \\ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}} & n = 0 \end{bmatrix}$$

Let a= $\frac{m}{2k_BT}$ $\Longrightarrow \therefore \langle \xi \rangle = \frac{\frac{1}{2}m.\frac{1}{4a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}} + y + z$

$$\langle \xi \rangle = \frac{m}{4a} + y + z \Longrightarrow \qquad \langle \xi \rangle = 3\left\{\frac{m}{4\frac{m}{2k_BT}}\right\} = 3\left\{\frac{2m2k_BT}{4m}\right\} = \frac{3}{2}k_BT$$

$$\langle \xi \rangle = \frac{3}{2}k_BT$$

$$\because u = Na \langle \xi \rangle \Rightarrow u = \frac{3}{2}(N_a k_B)T \Longrightarrow u = \frac{3}{2}RT$$

$$\because \ c_v = \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right]_v \quad \Rightarrow \quad c_v = \frac{3}{2}R$$

وهذا النتيجة لا تستطيع تفسير اي جزء من المنحنى العملي لعلاقة c_v مع درجة الحرارة .

2. الحالة الثانية :

Fixed classical harmonic atomic oscillator

في هذه الحالة نفترض ان الحالة الصلبة تتكون من ذرات ثابتة في موضعها (عند الصفر المطلق) وعندما يتم تسخين المادة الصلبة فان هذه الذرات سوف تهتز عند موضع اتزانها .

ان طاقة الذرات في هذه الحالة تعطى كلاسيكيا بواسطة العلاقة الاتية :

$$\xi = \frac{1}{2}\mathrm{m}v^2 + \frac{1}{2}\ cx^2$$

حيث ان c هو ثابت قوة الارتداد و x هي الازاحة اذا افترضنا السرعة v هي :

$$v = \frac{dx}{dt} = \ \dot{x}$$

And the atomic acceleration $= \ \frac{d^2x}{dt^2} = \ \ddot{x}$

وباستخدام قانون نيوتن الثاني :

$$-cx = m\ddot{x}\ = \ -m\omega^2 x$$

$$\therefore c = \ m\omega^2 \qquad (1)$$

$$\therefore\ \xi = \frac{1}{2}\mathrm{m}v^2 + \frac{1}{2}\ m\omega^2x^2 \quad \Longrightarrow \quad \xi = \frac{m}{2}(v^2 + \ \omega^2x^2) \qquad (2)$$

ان القيمة المتوقعة للطاقة ⟨ξ⟩ لذرة متذبذبة واحدة وبموجب الميكانيك الاحصائي الكلاسيكي يمكن الحصول عليها بأخذ المعدل بتوزيع بولتزمان :

$$\langle\xi\rangle = \frac{\text{الطاقة الكلية(الذرات لجميع) المرافقة للاحداثيات } x, v}{\text{العدد الكلي للذرات}}$$

$$\langle\xi\rangle = \ \frac{\int_0^\infty \xi\, e^{-\xi/k_BT}\, d\xi}{\int_0^\infty\ e^{-\xi/k_BT}\, d\xi}$$