Chapter Three

Classical Free Electron Model:

We can understand a number of important physical properties of metals in term of the free electron model.

According to this model the most weakly bound electrons move about freely through the volume of the metal.

1. The Valence electrons of the atom become the conduction electrons.
2. Forces between conduction electrons and ions are neglected .
3. The total energy is all kinetic energy.
4. The potential energy is neglected.

Classical theory of free electron gas

[1]Drude theory for free electron conductivity:

ln the development of a classical free electron model for conduction it is seemed to assume that the mean free λ path of an electron would be cotrolled by elastic collisions with the + ve ions .

The first simple classical model for a free electron gas in a metal was described by drude (1900) .

ln (1905) Lorentz developed drude theory.

Drude supposed that moving electrons are scattered by random collisions with the ion cores. The term(random) is used here to indicate that the average velocity is zero after any scattering collision .

We can define the mean free time τ_m as the reciprocal of the collision probability perunit time .

Let us consider a group of $n_\circ$ electrons at time then the number of electrons which have survived without collision .Unit time t is :

$$n_t = n_\circ \exp\left(-t/\tau_m\right) \ldots \ldots (1)$$

The rate at which collisions are then removing electrons from the ranks of survivors is:

ان المعدل الزمني الذي بموجبه تزيل التصادمات بعضا من الالكترونات الناجية من اي تصادم خلال الزمن t يعطي بالعلاقة التالية:

$$-\frac{dn}{dt} = \frac{n_t}{\tau_m} = \frac{n_\circ}{\tau_m} \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) \ldots \ldots (2).$$

Now suppose that an electric field $\vec{E}$ has been present while these electrons have been moving and colliding . After a time t, an electron which has not yet been scattered has achieved adrift velocity.

$$\Delta\overrightarrow{\mathrm{v}_t} = \left(-\frac{e\vec{E}}{m}\right) t \ldots \ldots (3).$$

Hence the distance traveled in the direction of the field is:

$$\overrightarrow{\mathrm{x}_t} = \frac{1}{2}\left(-\frac{e\vec{E}}{m}\right) t^2 \ldots \ldots (4).$$

The total electronic transport along the field direction for $n_\circ$ electrons in one free path is then:

$$\int_0^\infty \overrightarrow{\mathrm{x}_t} \left(\frac{dn}{dt}\right) dt = \left(\frac{-e\vec{E}n_\circ}{2m\tau_m}\right) \int_0^\infty t^2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_m}\right) dt \ldots \ldots (5).$$

To simplify eq. (5) suppose :

$$y = \frac{t}{\tau_m}\ , t = \tau_m\, y\ , dt = \tau_m\, dy \ldots \ldots (6)$$

Then : $\int_0^\infty \overrightarrow{x_t}\left(\frac{dn}{dt}\right)dt = -\left(\frac{e\vec{E}n_\circ \tau_m{}^2}{m}\right)\int_0^\infty \frac{1}{2}y^2 e^{-y}\,dy = -\frac{e\vec{E}n_\circ \tau_m{}^2}{m} = \left(-\frac{e\vec{E}n_\circ \tau_m}{m}\right)\tau_m \;\ldots\ldots (7).$

ان المعادلة (7) تكافئ نقل $(n_\circ)$ من الجسيمات وجميعها تمتلك نفس زمن الاسترخاء ونفس معدل سرعة الانجراف .

$$\Delta\overrightarrow{v_t} = \left(-\frac{e\overrightarrow{E}\tau_m}{m}\right) \ldots\ldots (8).$$

If we suppose that our metal has a total of n electrons/ m^3, all with constant drift velocity $\Delta\vec{v}$ in an electric field $\overrightarrow{E}$, then the electrical current density is :

اذا فرضنا ان الفلز يحتوي على عدد(n) من الالكترونات لكل متر مكعب وجميعها تتحرك بسرعة انجراف ثابتة $\Delta\vec{v}$في مجال كهربائي $\overrightarrow{E}$ فعليه تكون كثافة التيار الكهربائي :

$$J = (-en\Delta\vec{v}) = \frac{ne^2\tau_m\overrightarrow{E}}{m} = \sigma\overrightarrow{E} \ldots\ldots (9).$$

$$where\ \sigma = \frac{ne^2\tau_m}{m} \ldots\ldots (10).$$

σ represent the electrical conductivity.

حيث ان σ تمثل معامل التوصيل الكهربائي (التوصيلية الكهربائية) وهي كمية موجبة وغير متجهه.

σ is often expressed in term of drift mobility i.e.

يمكن التعبير عن σ باستخدام الحركية الانجرافية والتي تعرف بالسرعة الانجرافية المنتظمة لكل وحدة مجال كهربائي .

$$\mu = \frac{\Delta\vec{v}}{\overrightarrow{E}} = \frac{e\tau_m}{m} \ldots\ldots (11).$$

Sub eq.(11) in eq.(10) ; we get :

$$\sigma = ne\mu \;\ldots\ldots (12).$$

ويمكن كتابة المعادلة (10) بدلالة متوسط المسار الحر ودرجة الحرارة .

يعرف متوسط المسار الحر الالكتروني λ على انه المسافة التي يتحركها اي الكترون توصيل بفاعليه انطلاقه الحراري s_{th} خلال متوسط الزمن الحر τ_m .

يقصد بالانطلاق الحراري s_{th} بانطلاق الكترون عند حركته من مركز استطارة الى مركز استطارة اخر .

The conductivity is also cited in term of the electronic mean free path , then :

$$s_{th} = \frac{\lambda}{\tau_m} = \left(\frac{3\,k_B T}{m}\right)^{1/2} \ldots\ldots(13).$$

Sub eq.(13) in eq.(10) ; we get :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_m}{m} = \frac{ne^2\lambda}{ms_{th}} = \frac{ne^2\lambda}{(3m\,k_B T)^{1/2}} \ldots\ldots(14).$$

وهكذا يمكن التعبير عن التوصيلية الكهربائية بموجب نظرية درود بالصيغ الثلاثة في المعادلة (14) . ويتضح بان σ تتناسب طرديا مع $T^{-1/2}$ وفوق مدى واسع من درجات الحرارة .وعند تبريد الفلز الى درجات حرارة واطئة فان σ تزداد بموجب T^{-5} . وبذلك تفشل نظرية درود في تفسير النتائج عند درجات الحرارة الواطئة وذلك لان الكترونات التوصيل لا تتصرف تماما كجزيئات الغاز المثالي وان الالكترونات لا ترتد عن اصطدامها بقلوب الايونات الموجبة .

Thermal conductivity :

The thermal conductivity coefficient K of as did id define as :

$$Q = -K\frac{dT}{dx}$$

Where Q is the flux of thermal energy , $\frac{dT}{dx}$ Is the temperature gradient .

From the kinetic theory of gases we fined the expression for the thermal conductivity :

$$k = \frac{1}{3}\,cv\ell.$$