

**Elasticity****المرونة:**

يتطرق موضوع المرونة الى دراسة الكيفية التي يتغير بها شكل المواد وحجمها عند تسليط قوى خارجية عليها ، ويسمى هذا الموضوع في العلوم الهندسية بمقاومة المواد Strength of Material ، إن كثير من المواد تستطيع الرجوع الى وضعها الاصلي من حيث الشكل والحجم بعد زوال القوة المؤثرة وتدعى بالمواد تامة المرونة Perfectly Elastic ، وخلافاً لذلك فإنها تسمى مادة لدنة Plastic (كالطين) ، وتفقد المادة خاصية المرونة اذا ازدادت القوة عن مقدار معين يسمى حد المرونة Elastic Limit ، وعليه تعرف المرونة بانها خاصية لمادة الجسم التي تقاوم تغير شكل الجسم أو حجمة أو طوله بتأثير قوة خارجية وقابليته لاسترجاع شكله أو حجمه أو طوله الاصلي بعد زوال تلك القوة ، ويعبر عن المرونة بمفهومين فيزيائيين هما الاجهاد Stress والمطاوعة أو الانفعال Strain.

إن المواد المتجانسة Isotropic هي المواد التي تمتلك الخواص نفسها في جميع الاتجاهات أما المواد تامة الصلابة Rigid فهي تلك المواد أو ذلك الجسم الذي تبقى فيه المسافة بين اية نقطتين منه ثابتة لا تتغير مهما كان مقدار القوى المسلطة عليه.

**Stress (S)****الاجهاد :**

وهو القوة المسلطة على وحدة المساحات من السطح الذي تطبق عليه القوة ، ووحدته  $\frac{N}{m^2}$  أو  $\frac{Dyn}{cm^2}$  ، فإذا رمزنا للقوة بـ F والمساحة A فإن الاجهاد =  $\frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}}$

$$S = \frac{F}{A}$$

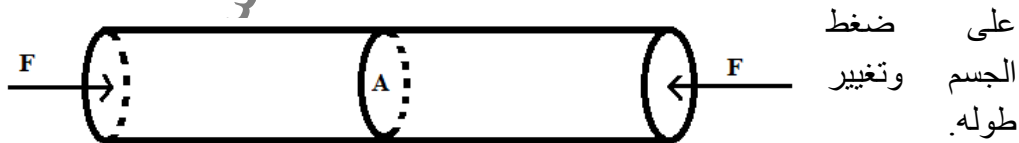
ويقسم الاجهاد الى ثلاثة انواع هي الشد والكبس والقص بالإضافة الى ضغط الموائع الساكنة.

١- إجهاد الشد (الاجهاد التوتري) Tensile Stress ( $S_T$ ) وفيه تؤثر قوتان متساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه على نهايتي الجسم وعلى نفس خط التأثير ، تأثير القوتين



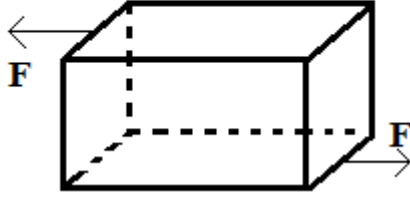
$$S_T = \frac{F}{A}$$

٢- إجهاد الكبس Compressive Stress ( $S_C$ ) وفيه تؤثر قوتان متساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه على نهايتي الجسم وعلى نفس خط التأثير ، تأثير القوتين هو العمل

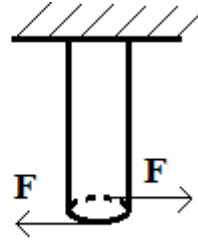


$$S_C = \frac{F}{A}$$

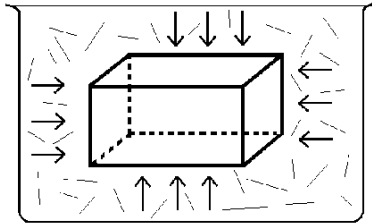
٣- إجهاد القص (Shear Stress ( $S_S$ ) وفيه تؤثر قوتان متساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه على نهايتي الجسم وعلى خطوط تأثير مختلفة ، تأثير القوتين هو العمل على



$$S_S = \frac{F}{A}$$



تغيير شكل الجسم من دون تغيير حجمه ، وقد تؤثر القوتان بشكل مماسي كما في حالة التواء السلك.



هناك نوع آخر من الاجهاد هو ضغط الموائع الساكنة ، مصدره ضغط المائع P ، ويعرف بالقوة العمودية لوحدة المساحات من سطح الجسم  $P = \frac{F}{A}$

### Strain (N)

### الانفعال (المطاوعة) :

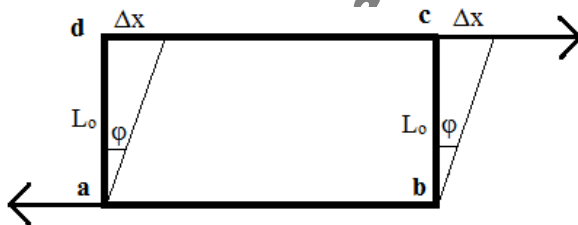
يعرف انفعال او مطاوعة مادة بانه تشويه تلك المادة أو التغير النسبي لابعاد أو شكل الجسم عندما يتعرض لاجهاد معين ، وبما ان هناك انواع متعددة للاجهاد فهناك انواع متعددة للانفعال ، وهي مطاوعة الشد ومطاوعة الكبس ومطاوعة القص والمطاوعة الحجمية الناتجة عن ضغط الموائع الساكنة ، والمطاوعة مجردة من الوحدات:

١- مطاوعة التوتر (مطاوعة الشد) Tensile Strain ( $N_T$ ) وهي النسبة بين الاستطالة

$$N_T = \frac{\Delta L}{L_0}$$

٢- مطاوعة الكبس Compressive Strain ( $N_C$ ) وهي النسبة بين التقلص والطول

$$N_C = \frac{\Delta L}{L_0}$$



٣- مطاوعة القص Shear Strain ( $N_S$ ) وهي النسبة بين مقدار الازاحة الجانبية للطول الى الطول الاصلي.

$$N_S = \frac{\Delta x}{L_0} = \tan \phi \approx \phi$$

أما في حالة ضغط الموائع الساكنة فإن الجسم يتعرض لاجهاد من جميع الاتجاهات (طول وعرض وارتفاع) وبذلك يكون الانفعال في الحجم ، وهو النسبة بين التغير في الحجم الى

$$N_P = \frac{\Delta V}{V}$$

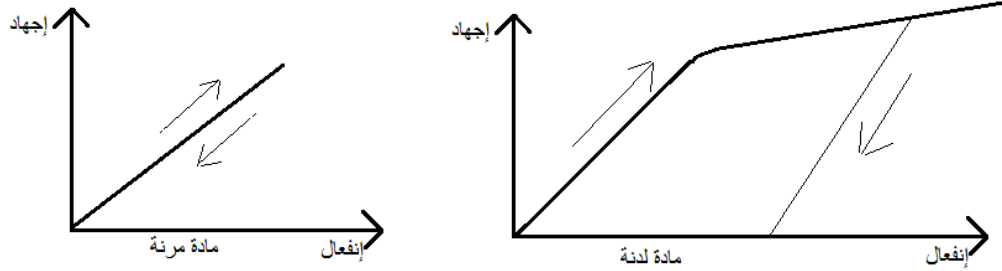
إذا زال الانفعال بعد إزالة الاجهاد الذي سببه ، فإن الجسم الصلب يسمى تام المرونة ، أما إذا اكتسب الجسم شكل أو حجم جديد بعد إزالة الاجهاد المسبب لها ، سمي الجسم تام اللدونة كالطين.

### Kinds of Strain

### أنواع الانفعال:

هناك نوعان للانفعال هما الانفعال المرن والانفعال اللدن.

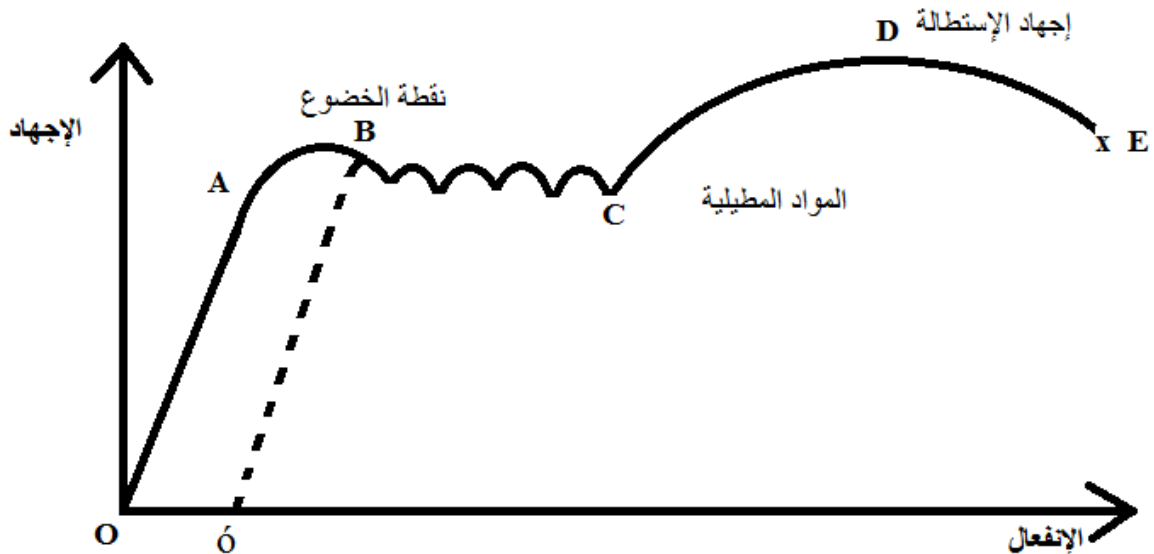
- 1- الانفعال المرن Elastic Strain وهو انفعال عكسي يتلاشى بعد إزالة الاجهاد المسلط وقيمت تتناسب طردياً مع الاجهاد المسلط . ومن احسن المواد المرنة الياق الكوارتز التي تقترب مرونتها من المرونة التامة.
- 2- الانفعال اللدن Plastic Strain وهو انفعال غير عكسي حيث لا يتلاشى بعد إزالة الاجهاد المسلط ، ويحدث هذا للمادة نتيجة تسليط اجهاد بمقدار يتجاوز حد المرونة حيث تزاخ الذرات داخل المادة بشكل دائم ، كما هو الحال في العجين وغير ذلك من المواد التي تقترب لدونتها من اللدونة التامة.



### Stress – Strain Curve

### منحنى الاجهاد – الانفعال :

إن العلاقة بين الاجهاد والانفعال تعتمد على عوامل كثيرة ، منها الترابط بين ذرات وجزيئات المادة ، والعيوب البلورية (مناطق اللا انتظام البلوري) ، فضلاً عن طريقة تحضيرها وتاريخها الحراري (كما يحدث في السبائك أو البوليمرات ، وهل تستعيد المادة وضعها قبل وبعد التسخين). الشكل أدناه يمثل منحنى الاجهاد والانفعال لسلك من الفولاذ.



الجزء OA يمثل خط مستقيم ويمثل المنطقة التي يطبق بها قانون هوك (أي ان الانفعال يتناسب طردياً مع الاجهاد المسلط عليه) ، النقطة A تمثل نهاية المنطقة المستقيمة. بعد النقطة A ينحني الخط البياني ويزداد الانفعال بصورة أكبر وتستمر هذه الى النقطة B ، إن الإستطالة في هذه المنطقة تكون خليطاً من الإستطالة المرنة والإستطالة اللدنة. اما المنطقة CB والتي تكون تقريباً موازية لمنحني الإنفعال فيكون تغير المنحني غير منتظم ، وان الإنفعال يزداد بكميات كبيرة دون زيادة محسوسة في الاجهاد ، ان بداية النقطة CB تسمى نقطة الخضوع Yield Point وفي المنطقة الواقعة بعد النقطة C والتي تحدث بها انزلاقات في مادة السلك باتجاه المستويات ذات الاجهاد الاكبر فإن الاستطالة هنا بسبب الاجهاد القصي وليس اجهاد الشد.

إن النقطة C تقع تحت النقطة B ، أي ان الانفعال يزداد بأقل اجهاد ، بعدها يصبح السلك اكثر نحافة وتظهر ظاهرة التخصر Necking وهي ممثلة بالنقطة D ، بعدها يبدأ الاجهاد بالانخفاض تلقائياً ونحصل على المنطقة DE ، وسيحدث انقطاع عند النقطة E ، ويطلق على الاجهاد عند النقطة D بإجهاد الكسر (القطع) أو المتانة القصوى أو متانة السحب.

من الملاحظات المهمة على المنحني ما يلي :

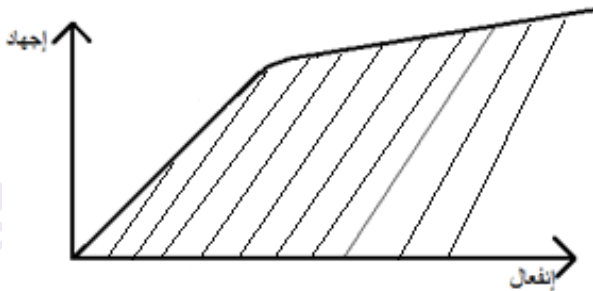
- ١- نقصان مساحة المقطع العرضي للسلك يتناسب طردياً مع الانفعال بعد النقطة المرنة.
- ٢- إذا ازداد الاجهاد للحد قبل حد المرونة فإن المنحني سيكرر نفسه عند تناقص الاجهاد ويصل الى قيمة الصفر عند إزالة الاجهاد.
- ٣- إذا ازداد الاجهاد اكثر من حد المرونة فإن المنحني BO سيظهر وان الانفعال لا يرجع للصفر.
- ٤- إن فشل تطابق منحني تناقص الاجهاد مع منحنى زيادته يعرف بالهستيرة المرنة.
- ٥- إن المادة تكون فيها المنطقة CE طويلة نسبياً ، تكون قادرة على تحمل زيادة في الطول قبل القطع وتسمى بالمواد المطيلية Ductile . أما المادة التي تكون فيها المنطقة CE قصيرة نسبياً فإنها ستنتقطع عند زيادة طولها ولو بقليل وتعرف بالمادة الهشة Brittle.

يهتم المهندسون بعدم تجاوز الاجهاد الاعظم لجزء محدد من اجهاد الكسر ، ويعرف هذا الجزء بإجهاد العمل Working Stress ، والنسبة بين اجهاد الكسر الى اجهاد العمل تعرف بعامل السلامة Factor of Safety.

المطيلية Ductility : وهي مقدار التشوه اللدن الذي تعانيه المادة عند نقطة الكسر أو القطع.

الصلادة Hardness : وهي مقاومة المادة لإختراق سطحها ، وهناك عدة طرق لقياسها كقياس التلم الذي يحدثه اختراق آلة حادة (مثل) ، أو قياس عمق الأختراق.

العسو (القساوة) Toughness : وهي الطاقة اللازمة لكسر أو تمزيق المادة : وهي تمثل المساحة تحت منحنا الإجهاد - الانفعال.



**Modulus of Elasticity****معاملات المرونة :**

تسمى النسبة بين الإجهاد والمطووعة بمعامل المرونة ، وتبقى هذه النسبة ثابتة للمادة المتجانسة الخواص ضمن حدود المرونة ، وتعتبر إحدى خواص هذه المادة. وهناك ثوابت عديدة للمرونة تعتمد على طريقة تسليط القوة ، فإذا كبس الجسم أو سحب بقوة فإن ثابت المرونة في هذه الحالة يسمى بمعامل يونج Young Modulus ويرمز له  $Y$  .

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

حيث  $\frac{F}{A}$  هو إجهاد الشد أو الكبس ،  $\frac{\Delta L}{L}$  هي المطووعة الطولية. ووحدة قياس  $Y$  هي  $\frac{N}{m^2}$  أو  $\frac{Dyn}{cm^2}$

ولما كان إجهاد القص عبارة عن القوة المماسية مقسومة على مساحة المقطع ، ومطووعة القص هي (النسبة بين مقدار الازاحة الجانبية للطول والطول الاصلي) فيسمى ثابت المرونة في هذه الحالة بمعامل القص Shear Modulus أو معامل الصلادة ويرمز له  $M$  .

$$M = \frac{F/A}{\phi}$$

وكذلك يمكن أن يسمى معامل الالتواء Torsion Modulus وبصورة عامة يكون  $M = (\frac{1}{2} \text{ or } \frac{1}{3}) Y$  أي أن  $Y > M$  ، لأن الانفعال عالي في حالة القص بما يقلل  $M$ .

واخيراً تسمى النسبة بين الضغط  $P$  والمطووعة الحجمية بمعامل المرونة الحجمي Bulk Modulus ويرمز له  $B$  ويعطى بالعلاقة  $B = -\frac{P}{\Delta V/V}$  . وتدل الإشارة السالبة على أن زيادة الضغط تؤدي الى نقصان الحجم ، ويسمى مقلوب  $B$  بالانضغاطية Compressibility ويرمز لها  $K$  وتعطى بالعلاقة  $\frac{1}{B} = K = -\frac{\Delta V/V}{P}$  .

**Poisson's Ratio****نسبة بواسون :**

عندما يتعرض جسم الى إجهاد طولي بسحبة بقوة مثل  $F$  يزداد طوله من  $l_0$  إلى  $l$  ويقل عرضه (قطر) من  $w_0$  الى  $w$  ، وإذا تعرض لإجهاد كبس يقل طوله باتجاه ذلك الإجهاد ويزداد عرضه حين ذلك.

إن النسبة بين المطووعة العرضية (القطرية) الى المطووعة الطولية تعرف بنسبة بواسون

$$\sigma = -\frac{\text{المطووعة العرضية}}{\text{المطووعة الطولية}} = -\frac{\Delta W/W_0}{\Delta l/l_0}$$

الإشارة السالبة تعني أن الزيادة في طول الجسم يصاحبه دائماً نقصان في عرضه والعكس صحيح ، ووضعت الإشارة السالبة كي تكون  $\sigma$  موجبة دائماً . وتكون هذه النسبة  $\sigma$  ثابتة المقدار تقريباً للمواد المتجانسة الخواص وتساوي 0.3 لأغلب المعادن .

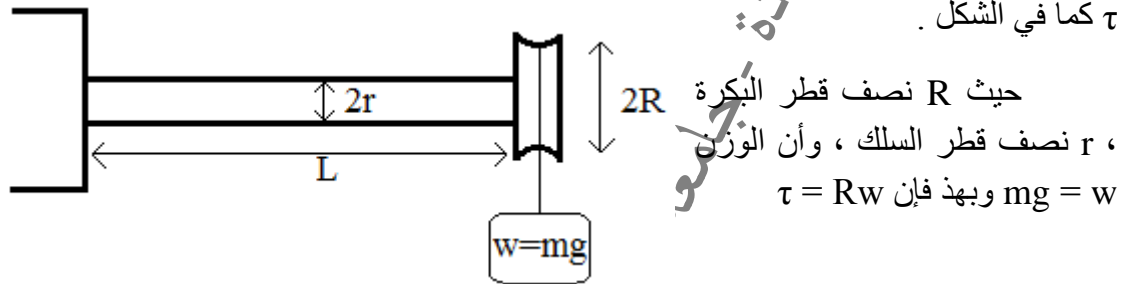
## Torsion

اللي :

عند تسليط عزم على إحدى نهايتي قضيب أو سلك أو محور نهايته الأخرى مثبتة ، فإن النهاية الأولى تتأثر بتأثير القص بزاوية  $\phi$  بالنسبة للنهاية الثانية ، إن ظاهرة الالتواء في الأسلاك أو المحاور مهمة في التطبيقات العملية والعلمية مثل التواء محور نقل الطاقة في السيارة ، أو التواء سلك الكلفانومتر وغير ذلك. إن عزم اللي  $\tau$  يرتبط مع زاوية  $\phi$  بالعلاقة

$$\tau = \frac{\pi M r^4}{2L} \phi$$

حيث  $r$  هو نصف قطر السلك الذي طوله  $L$  ، وتصح هذه العلاقة ضمن حدود المرونة للسلك. ويمكن قياس معامل الصلادة  $M$  في المختبر من المعادلة أعلاه ، وذلك بقياس  $L$  ،  $r$  ،  $\phi$  ،  $\tau$  كما في الشكل .



أمثلة :

١- إذا كان معامل المرونة الحجمي للزئبق يساوي  $2.8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  ، جد النقص في حجم الزئبق عندما يكون حجمه الابتدائي  $1600 \text{ cm}^3$  ، والضغط المسلط عليه  $1.4 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ .

$$B = - \frac{P}{\Delta V/V} \quad \longrightarrow \quad \Delta V = - \frac{PV}{B} = - \frac{1.4 \times 10^6 \times 1600 \times 10^{-6}}{2.8 \times 10^{10}}$$

$$\Delta V = - 8 \times 10^{-8} \text{ m}^3$$

٢- أثرت قوة مقدارها 400N على سلك من الفولاذ طوله 30cm ومساحة مقطعه العرضي  $2 \text{ mm}^2$  فإزداد طوله بمقدار 3mm. جد معامل يونغ لمادة السلك.

$$F = 400 \text{ N} \quad , \quad A = 2 \text{ mm}^2 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad , \quad \Delta L = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m} \quad , \quad L = 30 \text{ cm} = 30 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{400/2 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-3}/30 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

مطلوب : العلاقة بين الشغل والانفعال لكل نوع.

وهناك أمثلة أخرى في الكتاب صفحة 186 تعينك في حل الاسئلة.