

ان الفرق بين الكتلة الحقيقية للنواة وبين مجموع كتل مكوناتها من النيوكليونات يعطي طاقة الترابط الكلية للنواة . وتمثل طاقة الترابط النووية مقدار الشغل اللازم لتجزئة وتفكك النواة الى نيوكليونات ، او بالعكس تمثل الطاقة المتحررة عند جمع النيوكليونات لبناء النواة . وتعطى طاقة الترابط النووية الكلية بالعلاقة :

$$B_{\text{tot}(A,Z)} = [ Z M_p + N M_n - M_{\text{nucleus}(A,Z)} ] C^2$$

ويمكن استخدام الكتلة الذرية بدلا من الكتلة النووية مع الاخذ بالحسبان طاقات الترابط للالكترونات الذرية . وحيث ان هذه الاخيرة تهمل عادة لصغرهما فيمكن ان تحصل على :

$$B_{\text{tot}(A,Z)} = [ Z M_H + N M_n - M_{\text{atom}(A,Z)} ] C^2$$

حيث ان الفرق بين المعادلتين الاولى والثانية اعلاه هو في احتساب كتل الالكترونات  $Z M_e$  المضافة لتكوين  $Z M_H$  من ذرات الهيدروجين كما ان  $M_{\text{nucleus}(A,Z)}$  هي كتلة النواة و  $M_{\text{atom}(A,Z)}$  هي كتلة الذرة لنفس العنصر.

ان معدل طاقة الترابط النووية لكل نيوكليون هو :

$$B_{\text{ave}}(A, Z) = \frac{B_{\text{tot}}(A, Z)}{A}$$

وتستعمل احيانا كميات اخرى للتعبير عن كتل النوى مثل زيادة الكتلة Mass excess = M - A

### **Separation Energy (S)**

### **طاقة الفصل**

مقدار الشغل اللازم لفصل بروتون او نيوترون او ديوترون او جسيم الفا أو ..... عن النواة . وان هذا المقدار سيتحرر عندما تقوم النواة باقتناص احد هذه الجسيمات. بالنسبة للنيوترونات فان طاقة الفصل هي :

$$S_n = [ M_{(A-1,Z)} + M_n - M_{(A,Z)} ] C^2$$

وللبروتونات:

$$S_p = [ M_{(A-1,Z-1)} + M_p - M_{(A,Z)} ] C^2$$

ولجسيم الفا:

$$S_\alpha = [ M_{(A-4,Z-2)} + M_{(4,2)} - M_{(A,Z)} ] C^2$$

وللتعبير عن طاقة الفصل S بدلالة طاقة الترابط B فاننا نستطيع كتابة ذلك بالاستعانة بالصيغ المذكورة اعلاه وكما يلي :

$$M_{(A,Z)} C^2 = [ Z M_p + N M_n ] C^2 - B_{(A,Z)}$$

$$M_{(A-1,Z)} C^2 = [ Z M_p + (N-1) M_n ] C^2 - B_{(A-1,Z)}$$

$$M_{(A-1,Z-1)} C^2 = [ (Z-1) M_p + N M_n ] C^2 - B_{(A-1,Z-1)}$$

$$M_{(A-4,Z-2)} C^2 = [ (Z-2) M_p + (N-2) M_n ] C^2 - B_{(A-4,Z-2)}$$

$$M_{(4,2)} C^2 = [ 2 M_p + 2 M_n ] C^2 - B_{(4,2)}$$

$$S_n = [ Z M_p + (N-1) M_n ] C^2 + M_n C^2 - B_{(A-1,Z)} - [ Z M_p + N M_n ] C^2 + B_{(A,Z)}$$

$$S_n = B_{(A,Z)} - B_{(A-1,Z)}$$

$$S_\alpha = [(Z-2)M_p + (N-2)M_n]C^2 - B_{(A-4,Z-2)} + [2M_p + 2M_n]C^2 - B_{(4,2)} - [ZM_p + NM_n]C^2 + B_{(A,Z)}$$

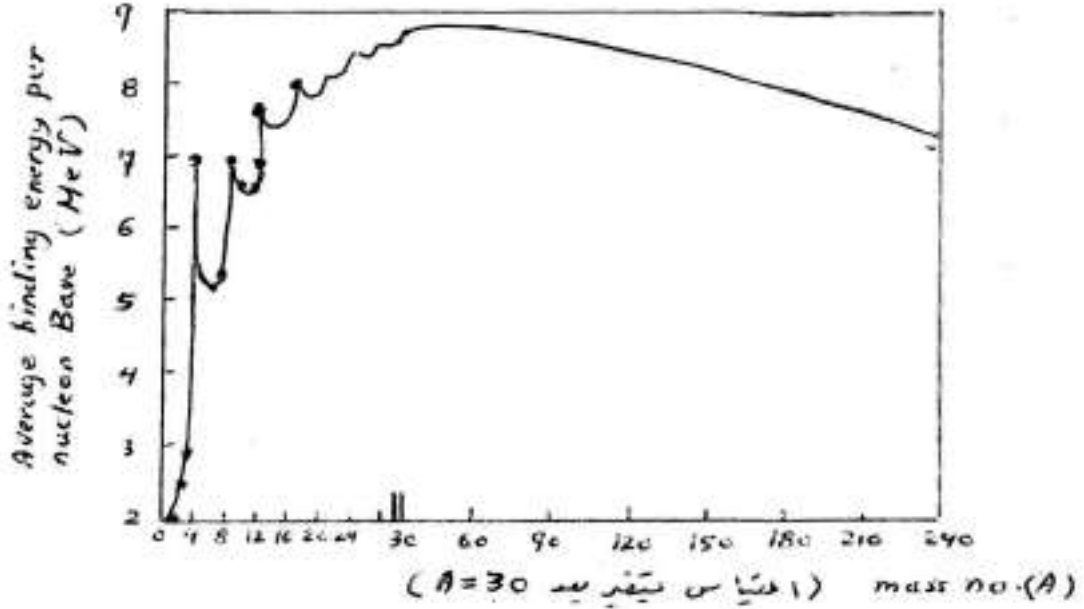
$$S_\alpha = B_{(A,Z)} - B_{(A-4,Z-2)} - B_{(4,2)}$$

وبنفس الطريقة يمكن التعبير عن  $S_p$ .

معدل طاقة الترابط :

Average Binding Energy ( $B_{ave}$ )

نلاحظ من الشكل أدناه تغير معدل طاقة الترابط (لكل نيوكليون) أنها لا تعتمد على قيمة  $A$  تقريباً ماعدا النوى الخفيفة جداً. ان  $B_{ave}$  تزداد مع  $A$  ثم تقل بعد ذلك مع استمرار  $A$  بالزيادة. كذلك فان  $B_{ave}$  تكون اكبر لحالة النوى ذات  $A$  الزوجية مما في حالة  $A$  الفردية.



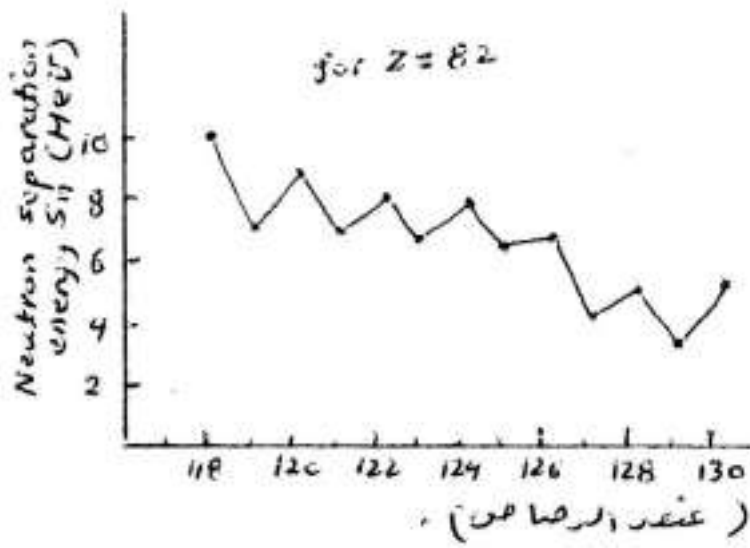
إذا افترضنا ان طاقة ترابط كل نيوكليون مع نيوكليون اخر في النواة هي تقريبا مقدار ثابت  $C$  فانه للنواة يكون :

$$B_{tot} \approx \frac{1}{2} C A(A-1), \quad B_{ave} \approx \frac{1}{2} C (A-1)$$

وهو مقدار ثابت تقريبا ويناقض الحالة التي في الشكل. ومن الشكل نستدل المذكور ان كل نيوكليون لا يرتبط بصورة متساوية مع جميع النيوكليونات الاخرى ، او ان القوة النووية لايسري تأثيرها الى ابعد من بضع نيوكليونات . فاما تكون القوى النووية ذات مدى قصير جداً (في حدود قطر النيوكليون الواحد) او ان القوى تصل الى حد الاشباع Saturation.

يمكن تقدير مدى القوى النووية من خلال دراسة استطارة نيوكليون - نيوكليون مثل (p,p) او (n,p) وقد وجدت في حدود  $2F$ . وهذه يمكن ان تؤدي ان  $B_{ave}$  تكون ثابتة اذا كان كل نيوكليون مرتبطاً مع اقرب نيوكليون مجاور له فقط. لكن حجم النواة في هذه الحالة سوف لايتناسب مع  $A$  أي ان  $R \neq R_0 A^{1/3}$ . ان النظريات الحديثة للتركيب النووي تعزو عملية الاشباع الى تأثيرين :

الاول : الاثبات العملي ان القوة بين نيوكليونين تصبح ذات طبيعة تنافرية شديدة repulsive عند مسافة في حدود  $1/2 F$  ، حيث يعبر عن ذلك بالقول ان للنيوكليونات قلباً صلباً hard core. والسبب الثاني : هو قاعدة الانفراد لباولي Pauli exclusion principle التي لا تسمح لنيوكليونين من نفس النوع ان يحتلا حالات لها نفس الاعداد الكمية .

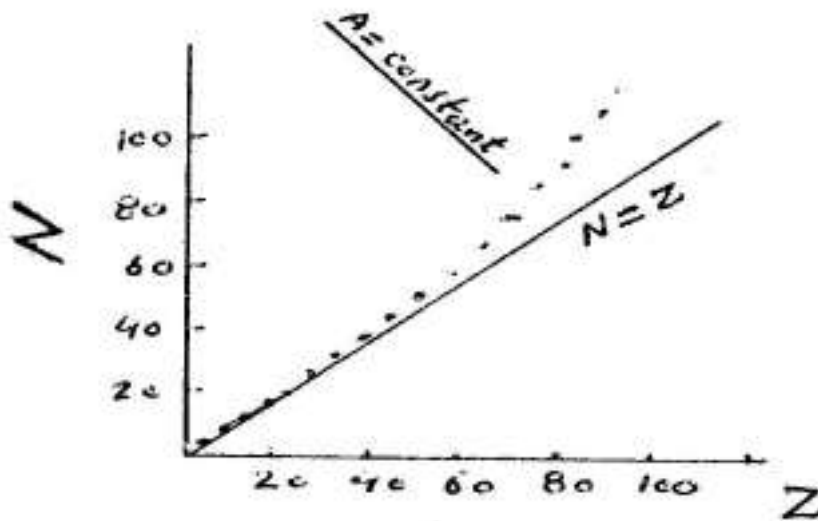
Separation energy systematicsنظاميات طاقة الفصل :

من الشكل المجاور  
لطاقة الفصل للنيوترون نلاحظ  
ان (ولقيمة معينة للعدد الذري  
 $Z$ ) : طاقة الفصل تكون اكبر في  
النوى التي فيها  $N$  زوجية  
مما هي عليه في النوى ذات  $N$   
الفردية - ان طاقة الفصل تقل  
بازدياد عدد النيوترونات  $N$

من خواص القوى  
النوية انه ينتج عنها ارتباط  
اضافي بين كل زوج من  
النيوكليونات المتشابهة الموجودة

في الحالة نفسها والتي يكون لها زخم زاوية كلية تعمل باتجاهين متعاكسين . ويسمى هذا بتأثير الازدواج  
pairing وتعطى طاقة ازدواج النيوترون بالعلاقة :  $S_n(A, Z, \text{even } N) - S_n(A-1, Z, N-1)$

وينتج عن الازدواج ان النوى الزوجية - الزوجية even-even nuclei تكون اكثر استقرارا من  
النوى الزوجية -الفردية even-odd والنوى الفردية - الزوجية odd-even والتي بدورها تكون اكثر  
ارتباطا من النوى الفردية -الفردية odd-odd.

Abundance of stable nucleiالوفرة الطبيعية للنوى المستقرة :

النوى الموجودة  
والمعروفة اما تكون مستقرة  
stable او ذات نشاط اشعاعي  
radioactive. فاذا ما رسمنا  
عدد النيوترونات  $N$  للنوى  
كدالة لعدد البروتونات  $Z$   
فسنحصل على منحنى  
الاستقرار المبين بالشكل  
المجاور. بالنسبة للنوى  
الخفيفة ولحد تقريبا حوالي  
 $N=Z$  فان  $N=Z=20$

ويتطابق مع الخط المستقيم . اما بالنسبة للنوى الاثقل فان الاستقرار يشذ عن ذلك بسبب زيادة اهمية قوة  
كولوم .

ويمكن تلخيص النتائج لوفرة تواجد النوى المستقرة بالجدول التالي :

N	even	odd	even	odd
Z	even	even	odd	odd
Number of nuclides	160	53	49	4

حيث يظهر ان النوى الزوجية – الزوجية تظهر متواجدة بوفرة اكبر .

### القوة النووية :

### Nuclear Force

ان القوة التي تربط مكونات النواة الى بعضها تسمى القوة النووية nuclear force او القوة القوية strong . بمقارنة هذه القوة مع انواع القوى الاخرى المعروفة في الطبيعة نلاحظ ان القوة النووية هي اقوى هذه الانواع ، فالقيم النسبية للقوى هي كما في الجدول :

strong (nuclear)	electromagnetic	weak (beta decay)	gravitational
1	$10^{-2}$	$10^{-13}$	$10^{-38}$

ويمكن تلخيص اهم خصائص القوة النووية بالاتي :

- 1- القوة النووية ذات مدى قصير short range ، وتكون ذات قيمة فقط عندما تكون الجسيمات المتفاعلة قريبة جدا من بعضها ، ولبعد فيما بينها بحدود 1F ولمسافات اكبر من 2F فان القوى النووية يمكن اهمالها negligible . يمكن ان نحدد مدى القوى النووية مباشرة من تجارب الاستطارة scattering . لنفرض اننا قذفنا bombarded نواة ببروتون ، فعندما يقترب البروتون من النواة فانه سيتعرض لكل من قوة التنافر الكولومي الكهربائية والقوة النووية . فلو كانت القوة النووية ذات مدى يقارن بمدى القوة الكهربائية ، فان حركة البروتون اياً كان يمر قريباً ام بعيداً عند عبوره النواة فانه سيكون متأثراً بكلا النوعين من القوة ، والتوزيع الزاوي angular distribution للبروتونات المستطارة سيختلف بدرجة ملحوظة عن النتائج الخاصة باستطارة كهربائية او كولومية خالصة pure . ومن ناحية اخرى فلو كان مدى القوة النووية صغيراً فان البروتونات التي تمر عبر النواة بمسافة اكبر من القوة النووية فانه ستعاني فقط القوة الكهربائية . انه فقط تلك البروتونات التي طاقتها الحركية كافية للتغلب على التنافر الكولومي وتمر قريباً من النواة فانه ستتأثر بالقوة النووية وان استطارتها تكون مختلفة عن الاستطارة الكولومية الخالصة . ولقد لوحظت الاخيرة عملياً مما يثبت المدى القصير للقوة النووية .
- 2- القوة النووية تبدو غير معتمدة على الشحنة : أي ان التفاعل النووي ما بين بروتونين او نيوترونين او بين بروتون ونيوترون هو نفس التفاعل . ان تحليل نتائج استطارة بروتون – بروتون ونيوترون – نيوترون يبين ان الجزء النووي هو نفسه لكلا الحالتين . ان هناك حقائق اخرى لدعم هذه الخاصية:

- أ- ان النوى الخفيفة تتكون من اعداد متساوية عادة من البروتونات والنيوترونات .
- ب- ان طاقة الترابط للنوكليون الواحد هي تقريبا ثابتة .
- ت- ان فرق الكتلة للنوى المرآتية mirror nuclei يمكن ان يحسب بالفرق في طاقة كولوم Coulomb energy فقط .

- 3- ان القوة النووية تعتمد على الاتجاه النسبي relative orientation للزخوم البرمية spins للنوكليونات المتفاعلة . ان طاقة نظام من نيوكلينين two-nucleon system الذي يكون فيه النيوكليونان برماهما الذاتيين متوازيين parallel تختلف عن الطاقة لهذا النظام عندما يكون البرمان متعاكسين . وبالنسبة لنظام proton-neutron والمسمى الديوترون deuteron فان له

حالة مرتبطة bound عندما يكون للنوكليونات برمان متوازيان ( $S=1$ ) ولم تظهر هكذا حالة عندما يكون البرمان متعاكسين ( $S=0$ ) .

٤- ان القوة النووية ليست كلياً مركزية not completely central بل تعتمد على اتجاه الزخم البرمية نسبة الى الخط الذي يربط joining النوكليونين . وجد انه بالنسبة للديوترون فان الزخم الزاوي المداري orbital angular momentum للنوكليونين نسبة الى مركز ثقلهما center of mass هو ليس ثابتاً على النقيض مما هو لحالة القوى المركزية . ان جزءاً من القوة النووية يبدو نتيجة لتفاعل قوي للبرم مع المدار spin-orbit interaction وان جزءاً اخر يسمى tensor force.

٥- القوة النووية ذات قلب تنافري repulsive core : لمديات قصيرة جداً ( اقل من  $\frac{1}{2}F$  ) للقوة النووية فانها تصبح تنافرية.

٦- القوة النووية تنشبع saturate : ان طاقة الترابط للنوكليون تكون من الناحية العملية ثابتة تقريباً. مما يعني ان كل نوكليون يتفاعل مع جيرانه الاقرب غير معتمد على العدد الكلي للنوكليونات A .

### Nuclear Models

### النماذج النووية :

كما هي الحالة بالنسبة للنماذج الذرية التي اقترحت لتصور التركيب الذري ، فانه وفي حالة النواة فان هناك نظريات او نماذج نووية تقترح لوصف تركيب او حركة النواة . وتبنى هذه النماذج على اساس معينة . تستخدم النماذج النووية لوصف او تفسير النتائج العملية المختلفة . ويقاس مدى نجاح النموذج ورسوخه كنظرية بدرجة كبيرة بقدرته على تفسير النتائج العملية المعينة ، ولحد الان لا توجد نظرية او نموذج نووي واحد شامل ومتكامل لوصف التركيب النووي او القوة النووية. سنتطرق هنا بالتفصيل الى نموذجين هما نموذج قطرة السائل ونموذج القشرة ونشير باختصار الى بعض النماذج النووية الاخرى.

### Liquid drop model

### ١- نموذج قطرة السائل :

اقترح هذا النموذج العالم بور عام ١٩٣٧ . ان الفرضيات الاساسية لهذا النموذج هي :

- النواة تتكون من مادة غير قابلة للانضغاط incompressible .
- القوة النووية متساوية لجميع النوكليونات ولا تعتمد على كونها بروتونات او نيوترونات .
- القوة النووية تنشبع .

وهذا النموذج مبني على اساس التشابه المتقابل ما بين المادة النووية وقطرة السائل . فالنيوكلونات تقابل الجزيئات وتأثيرات حجم قطرة السائل وتبخر السائل وانقسام القطرة الى قطرتين اصغر وكذلك الشد السطحي surface tension كلها لها ما يقابلها من صفات بالنسبة للنواة .

ان اهم منجزات هذا النموذج هو انه امكن بواسطته اشتقاق معادلة تجريبية لطاقة الترابط النووية وعبر عنها بدلالة مجموع عدد من الحدود او التأثيرات التي فصلها كما يلي :

أ- حد الحجم volume term :

ان قطرة السائل لكي تتبخر فيجب تجهيزها بمقدار من الحرارة. هذا المقدار هو حاصل ضرب حرارة التبخير  $Q_v$  بكتلة الجزيئة  $M_m$  في العدد الكلي للجزيئات وليكن  $A$  ، وهي تمثل الطاقة اللازمة للتغلب على التفاعلات بين الجزيئات ولذلك فهي تساوي طاقة الترابط الكلية للسائل  $B$  :

$$B = Q_v M_m A$$

ان  $Q_v$  و  $M_m$  مقادير ثابتة . وبالنسبة للنواة فان زيادة عدد النيوكليونات  $A$  سيزيد من حجم النواة وبالتالي تزداد طاقة الترابط الكلية للنواة. ويعبر عن حد الحجم في طاقة الترابط النووية بالمقدار :

$$T_v = a_v A$$

حيث  $a_v$  ثابت .

ب- حد السطح surface term :

في قطرة السائل يكون هناك تأثير للشد السطحي . اي ان القوى على جزيئة داخل القطرة تكون اكثر من تلك التي تتعرض لها جزيئة على سطح القطرة . وبالنسبة للنيوكليون داخل النواة فانه سيكون مترابطا اكثر مع بقية النيوكليونات المجاورة له وتكون القوة النووية عليه مشبعة . اما النيوكليون الواقع على السطح فانه سيكون مترابطا بدرجة اقل . وكلما زادت مساحة السطح للنواة قلت طاقة ترابط النواة ، ويعبر عن حد السطح بالرمز  $T_s$  :

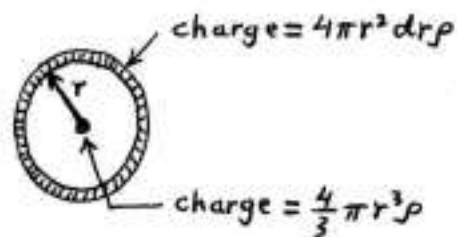
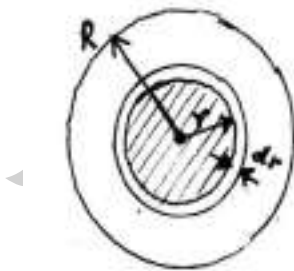
$$T_s \propto 4\pi R^2 , \quad T_s \propto 4\pi R_0^2 A^{\frac{2}{3}} \Rightarrow T_s = -a_s A^{\frac{2}{3}}$$

حيث  $a_s$  هو ثابت يبين تأثير حد السطح والاشارة السالبة تعني ان زيادة سطح النواة تسبب نقصان طاقة الترابط النووية

ج- حد كولوم Coulomb term :

ان البروتونات داخل النواة تتأثر ببعضها بقوى كولوم التنافرية وهي قوى غير مشبعة بمعنى ان كل بروتون يتأثر بالتنافر مع كل البروتونات الاخرى الموجودة في النواة . ان هذا التنافر سيقبل من طاقة الترابط النووية .

لحساب طاقة كولوم علينا ان نعرف اولاً ان كثافة الشحنة النووية لنواة كروية تعطى بالعلاقة :

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3} , \text{ نفترض النواة ككرة مشحونة نصف قطرها } r \text{ (كما في الشكل)}$$


الشغل اللازم لاضافة طبقة اخرى من الشحنة سمكها  $dr$  يحسب من معرفة الجهد الكهربائي للنواة :

$$V_{Coulomb} = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \cdot 4\pi r^2 dr \rho \cdot \frac{1}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{16}{15} \pi^2 \rho^2 R^5 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}$$

ان العلاقة الاخيرة تحتوي على جزء زائد مقداره  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{e^2}{R}$  (الذي يمثل الطاقة الذاتية لكل بروتون ، والناتجة عن تعويض  $Z = 1$  في المعادلة العامة). ان البروتون لا يمكن ان يتنافر مع نفسه وانما مع بقية البروتونات أي مع  $(Z-1)$  بروتونا . اذن يجب ان نطرح المقدار  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Ze^2}{R}$ .

$$V_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Ze^2}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R}$$

اذن حد طاقة كولوم يعطى بالمعادلة  $T_C = -a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$  ، حيث عوضنا عن  $R = R_0 A^{1/3}$  وان قيمة الثابت  $a_c$  تساوي  $a_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3e^2}{5R_0}$  ، والاشارة السالبة تشير الى نقصان طاقة الترابط نتيجة التناظر بين البروتونات.

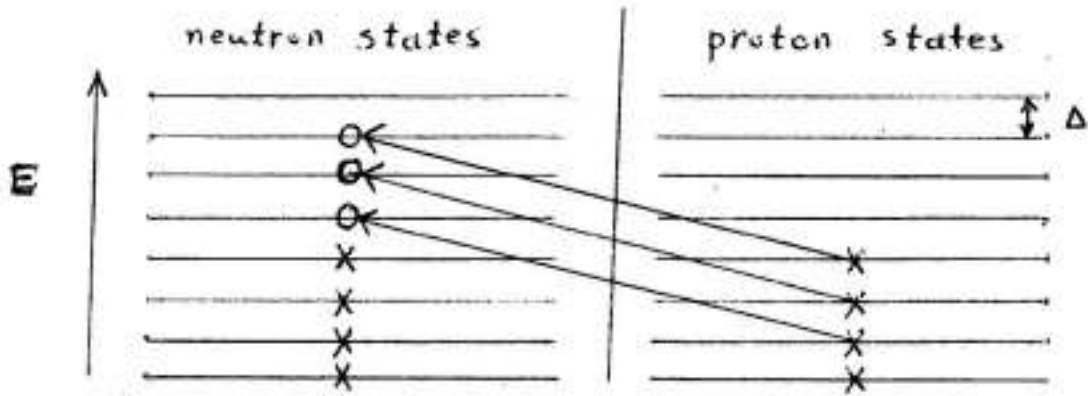
د- حد عدم التناظر asymmetry term :

ان طاقة اللاتناظر هي الفرق بين الطاقات النووية لنواة ذات  $Z$  بروتوناً و  $N$  نيوترونات وبين نواة ايزوبار فيها عدد كل من البروتونات والنيوترونات يساوي  $\frac{A}{2}$ . ولحساب طاقة اللاتناظر نتصور الفاصلة بين المستويات متساوية ومقدار كل منها  $\Delta$  (كما في الشكل). وحسب قاعدة الانفراد لباولي يكون هناك نيوكليون واحد متشابه في كل مستوى. فاذا قمنا ببناء النواة الاولى من الثانية فان  $v$  من البروتونات يجب تحويلها الى نيوترونات ، اذن :

$$N = \frac{A}{2} + v \quad , \quad Z = \frac{A}{2} - v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{(N-Z)}{2}$$

والشغل المبذول في هذه الحالة هو :  $T_a = v^2 \Delta = \frac{1}{4} (N-Z)^2 \Delta$  ، وحيث ان المقدار  $\Delta$

يتناسب عكسياً مع  $A$  فان :  $T_a = -a_a \frac{(N-Z)^2}{A}$ .



هـ - حد الازدواج pairing term :

ان الترابط بين نيوكليونين متشابهين هو اعظم مايمكن عندما يكون الزخم الزاوي لكل واحد منهما اعظم ما يمكن ومساويا بالمقدار ومعاكسا لاتجاه الاخر. ان تاثير الازدواج يجعل النوى الزوجية - الزوجية اكثر وفرة واستقرارا من النوى الزوجية الفردية او النوى الفردية - الزوجية والتي هي اكثر وفرة واستقرارا من النوى الفردية - الفردية.

اذا كان A هو العدد الكتلي لنواة زوجية-فردية او فردية - زوجية ،  $A + 1$  هو العدد الكتلي لنواة زوجية - زوجية ،  $A - 1$  هو العدد الكتلي لنواة فردية - فردية فيمكن التعبير عن حد الازدواج بالاتي :

$$T_p = \frac{B_{(A+1)} - B_{(A-1)}}{2} - B_{(A)}$$

فاذا رمزنا لحد الازدواج بالرمز  $\delta \pm$  فانه للنوى زوجية - زوجية يكون موجب ، وللنوى الزوجية - فردية او فردية - زوجية يساوي صفر ، وأما للنوى فردية - فردية يكون سالب.

و- حد القشرة shell term :

نلاحظ ان النوى التي فيها  $N = Z$  = عدد سحري magic number (الاعداد السحرية هي 2,8,20,28,50,82,126 تكون مستقرة وذات طاقة ترابط عالية. وتمثل هذه الخاصية بحد في معادلة طاقة الترابط النووية وهي تساوي  $T_{sh} = 1 - 3 \text{ MeV}$  ، والجدول التالي يوضح بعض قيم  $T_{sh}$  :

${}^4_2\text{He}, {}^{16}_8\text{O}$ $Z = N = \text{magic number}$	${}^{15}_8\text{O}, {}^{15}_7\text{N}$	${}^{18}_8\text{O}$
3 MeV	2 MeV	1 MeV

ويرمز لحد القشرة احيانا بالرمز  $\eta$ .

اذن تكون الان العلاقة الكاملة لطاقة الترابط النووية حسب نموذج قطرة السائل كالاتي :

$$B_{(A, N, Z)} = T_v + T_s + T_c + T_a + T_p + T_{sh}$$

$$B_{(A, N, Z)} = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \mp \delta + \eta$$

ان الثوابت في المعادلة الاخيرة يمكن ايجادها بالمقارنة مع النتائج العملية (التجريبية) المتوفرة وهناك اختلاف معين بين مجاميع الثوابت التي يمكن ايجادها. ونعطي هنا قيماً لمجموعتين من الثوابت :

$a_v=14$	$a_s=13$	$a_c=0.6$	$a_a=19$	$\delta=34/A^{3/4}$
$a_v=16$	$a_s=18$	$a_c=0.72$	$a_a=23.5$	$\delta=114/A^{1/2}$

قطع مكافئ الكتلة mass parabola :

ان معادلة طاقة الترابط السابقة (العلاقة الكاملة) معطاة بدلالة كل من  $(Z, N, A)$  ويمكن التعبير عنها بدلالة متغيرين فقط مثل  $Z, A$  او  $N, A$  او  $N, Z$ . فبالتعويض عن  $B$  بدلالة  $A, Z$  تصبح :

$$B_{(A, Z)} = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \mp \delta + \eta$$

كذلك من المعادلة العامة لطاقة الترابط يمكن ان نعبر عن الكتلة النووية كما يلي :



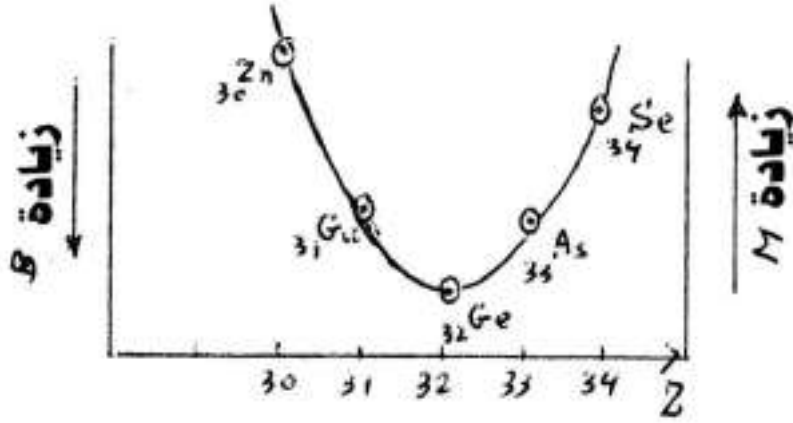
$$M_{N(A,Z)} = Z M_p + N M_n - \frac{B_{(A,Z)}}{C^2}$$

فبالتعويض عن قيمة  $B_{(A,Z)}$  من المعادلة السابقة نحصل على :

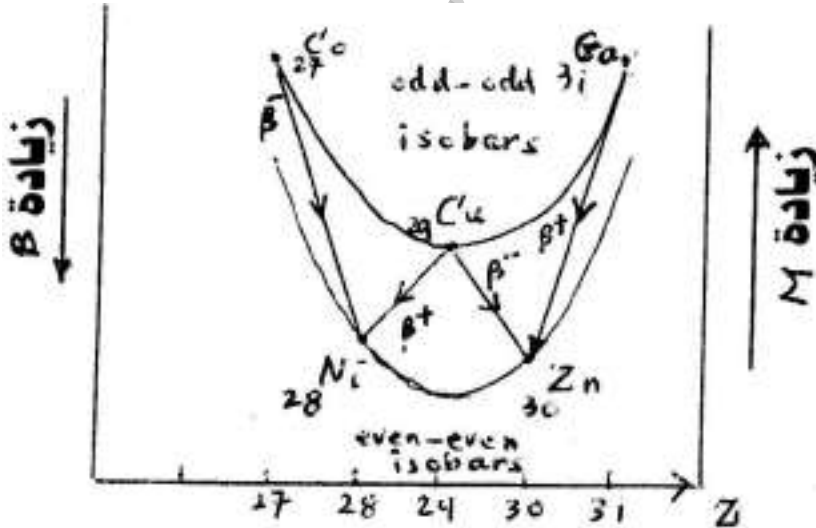
$$M_{N(A,Z)} = Z M_p + N M_n - [a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta + \eta]/C^2$$

وتسمى المعادلة الاخيرة بالمعادلة (او الصيغة) التجريبية للكتلة Semiempirical mass formula او معادلة فايسكر Weizsacher.

ولقيمة معينة للعدد الكتلي A نلاحظ ان كلا من المعادلتين  $B_{(A,Z)}$  و  $M_{N(A,Z)}$  اعلاه يمكن ترتيب حدودها بشكل قطع مكافئ parabola أي  $f(z) = a + bz + cz^2$  (حيث f تمثل M او B). عندما يكون A فرديا يكون هناك قطع مكافئ واحد ونهاية صغرى للمنحنى عند قيمة معينة ل (Z) والتي تمثل الأيزوبار المستقر والاكثر ارتباطا والاقل كتلة. اما الايزوبارات الاخرى فتضمحل decay عن طريق انبعاث  $\beta^-$  او  $\beta^+$  او الاسر الالكتروني وصولاً الى الايزوبار المستقر.



ويمكن استخراج القيمة النظرية للعدد الكتلي للأيزوبار الأكثر استقرارا باخذ مشتقة B بالنسبة ل Z ومساواتها بالصفر. ولحالة A ايزوبارا زوجيا يكون لدينا ايزوبارات فردية فردية



وايزوبارات زوجية - زوجية. نحصل هنا على قطعين مكافئين. كما لحالة العدد الكتلي A=64.

H.W  
احسب العدد الذري للأيزوبار الأكثر استقرارا للسلسلة ذات A=73.

٢- نموذج القشرة :

Shell model

في نموذج قطرة السائل يتفاعل النيوكليونات مع جيرانه فقط . بالطبع هناك من الظواهر التجريبية ما يدعم هذا النموذج. لكن هناك ظواهر أخرى نجد فيها النيوكليونات تتأثر بمجال يخص النواة ككل ، فتؤدي هذه الصفة إلى حالات نووية دورية كما هي الحالة في الذرات.

إن الجدول الدوري للعناصر يعتمد أساساً على التكرارات الموجودة في الخواص الذرية . وجد أن بعض النوى تبدي أيضاً خواصاً نووية تكرارية. ويتمثل ذلك من جملة ما يتمثل أن أغلب النتائج العملية تشير إلى إغلاق كامل للقشرة عند الأعداد السحرية 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 . ومن دراسات الوفرة الطبيعية للنوى نلاحظ أن عدد الأيزوتونات يكون عالياً عندما يكون N عدداً سحرياً. كذلك لوحظ أن طاقة الفصل للنيوترونات في النوى التي فيها N يساوي عدداً سحرياً تكون عالية. هذه الحالة تناظر حالة جهود التآين للذرات حيث تكون هذه الجهود عالية للغازات الخاملة. هناك تكرارات أيضاً في الخواص النووية التي تعتمد على الزخم الزاوي الكلي وتناظر النواة (أو التماثل parity) في الحالة المستقرة أو الحالة المثيجة.

إن الفرضية الأساسية في أي نموذج للقشرة هي أن حركة النيوكليونات لا تعتمد على حركة النيوكليونات الأخرى أي أن النيوكليونات يتحرك بصورة مستقلة عن النيوكليونات الأخرى داخل النواة تحت تأثير جهد نووي ناتج عن كل النيوكليونات الأخرى.

إن مسألة النيوكليونات في هذا الجهد النووي يمكن حلها من حل معادلة شرودنجر. فلحالة جهد كروي تعطى المعادلة كما يلي :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[ \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} - V(r) \right] u = E u$$

حيث  $U(r) = r R(r)$  ،  $R(r)$  هي الدالة نصف القطرية. إن حل المعادلة يفرز العدد الكمي لنصف القطر  $n$  والعدد الكمي للزخم الزاوي المداري  $l$ . إن هذه الحالة تشابه حالة الجسيم داخل الصندوق particle in a box. في الفيزياء النووية تستخدم تسميات طيفية مشابهة لتلك في الفيزياء الذرية :

$$l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$= s, p, d, f, g, \dots$$

فإذا افترض الجهد للسهولة بأنه جهد المنخفض المربع اللامتناهي infinite square well potential الذي نصف قطره  $R$  حيث :

$$V = \begin{cases} 0 & r < R \\ \infty & r = R \end{cases}$$

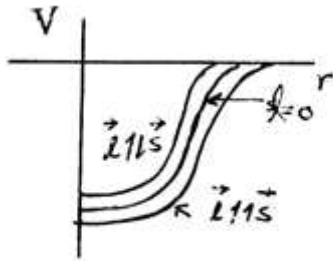
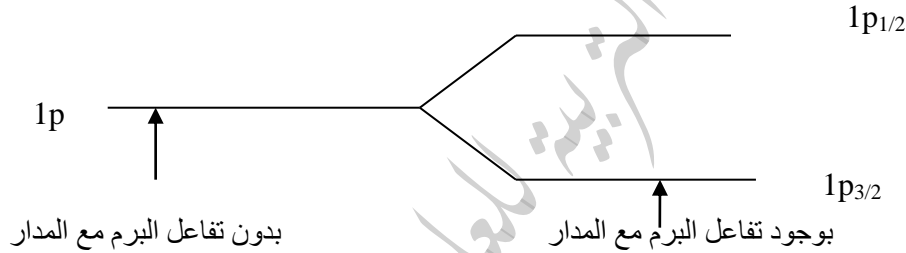
$$V = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 r^2 \text{ harmonic oscillator potential}$$

حيث  $\omega$  هو تردد المتذبذب الذي كتلته  $m_0$  ، أو جهوداً أكثر واقعية كالتي تشمل جهد المنخفض المربع المحدود finite square well potential :

$$V = \begin{cases} V_0 & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

أو جهد المنخفض المحدب rounded well potential الذي يأخذ بنظر الاعتبار الاضمحلال التدريجي لكثافة النيوكليونات.

فان تطبيق الجهود المذكورة يبين ان الاعداد السحرية 2, 8, 20 تظهر بوضوح ، الا ان الاعداد السحرية الاخرى 28, 50, 82, 126 لا تظهر باستخدام تلك الجهود. وللتغلب على هذه المشكلة ولتفسير ظهور باقي الاعداد السحرية فقد اقترح كل من Mayer, Haxel, Jensen and Suess وجود تفاعل قوي بين الزخم الزاوي المداري وبين الزخم الذاتي لكل نيوكليون اضافة الى تفاعل الجهد المركزي. من قواعد ميكانيك الكم فان الزخم الزاوي الكلي للنيوكليون يمكن ان يتحدد بالقيم :  $j = l \pm 1/2$  ، فوجود هذا التفاعل فان مستويات الطاقة ستنقسم split . ان مستويات الطاقة ذات القيمة الاكبر للزخم الزاوي الكلي  $j$  تقع دائما تحت المستويات التي تكون لها القيمة الاصغر . فمثلا في حالة المستوي  $1p$  يكون الانقسام كالآتي :



ان الاقتراح بوجود شد (تفاعل) للبرم مع المدار قد امكن من ان يثبت مستويات الطاقة عند باقي الاعداد السحرية. في تفاعل البرم مع المدار فان شكل الجهد النووي سيتغير . ففي حالة  $\vec{l} \uparrow \vec{s}$  يكون الجهد اعرض واعمق أي ستنخفض مستويات الطاقة. وفي حالة  $\vec{l} \downarrow \vec{s}$  لا يوازي  $\vec{l} \uparrow \vec{s}$  يكون الجهد اضيق واقل عمقا فترفع مستويات الطاقة.

تتجمع مستويات الطاقة بشكل مجاميع وبفواصل كبيرة بين المجموعة والأخرى. تسمى مستويات الطاقة لكل مجموعة والمتقاربة مع بعضها بالقشرة shell. وعندما تغلق القشرة فإنها تغلق بعدد سحري من النيوكليونات. وكما في الشكل في الصفحة اللاحقة.

### تنبؤات نموذج القشرة :

ان تنبؤات نموذج القشرة للزخم الزاوي الكلي للنوى تتفق بشكل جيد جدا مع النتائج العملية. الزخم الزاوي لنيوكليونين يساوي صفراً ولقشرة مغلقة يساوي صفراً ايضاً. والزخم الزاوي الكلي للنواة سيساوي الزخم الزاوي الكلي للنيوكليونات خارج القشرات المغلقة. يتنبأ نموذج القشرة بوجود حالات شبه مستقرة metastable في النوى التي فيها قشرات غير ممتلئة أي النوى ذات  $N$  او  $Z$  او كلاهما قريباً من عدد سحري.

				nucleons per level $=2j+1$	nucleons per shell	total nucleons
1i		6	126	3p <sub>1/2</sub> 2 2f <sub>5/2</sub> 6 2p <sub>3/2</sub> 4 1i <sub>13/2</sub> 14 2f <sub>7/2</sub> 8 1h <sub>9/2</sub> 10	44	126
3p						
2f						
1h						
3s		5	62	1h <sub>11/2</sub> 12 2d <sub>3/2</sub> 4 3s <sub>1/2</sub> 2 1g <sub>7/2</sub> 8 2d <sub>5/2</sub> 6	32	82
2d						
1g						
2p		4	50	1g <sub>9/2</sub> 10 2p <sub>1/2</sub> 2 1f <sub>5/2</sub> 6 2p <sub>3/2</sub> 4	22	50
1f		3A	28	1f <sub>7/2</sub> 8	8	28
1d		3	20	1d <sub>3/2</sub> 4 2s <sub>1/2</sub> 2 1d <sub>5/2</sub> 6	12	20
2s						
1p		2	8	1p <sub>1/2</sub> 2 1p <sub>3/2</sub> 4	6	8
1s		1	2	1s <sub>1/2</sub> 2	2	2

رتبهم بـ ١٢٦

بوجود تنافس على البرم مع المدار

بوجود تنافس على البرم مع المدار

تمتد القشرات ترتيباً كما يلي :

رقم القشرة	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1s							
2		1p						
3	2s		1d					
4		2p		1f				
5	3s		2d		1g			
6		3p		2f		1h		
7	4s		3d		2g		1i	
8		4p		3f		2h		1j

تنبؤات نموذج القشرة حول عزم رباعي الاقطاب  $\mu$  (عزم رباعي الاقطاب هو مقياس انحراف النواة عن الشكل الكروي) يتوقع نموذج القشرة ان يكون عزم رباعي الاقطاب صفراً او قريباً من الصفر للاعداد السحرية. اذا كانت القشرة مملوءة لحد ثلثيها يكون العزم موجباً ويكون سالباً للقشرة حديثة التكوين. تتفق هذه التنبؤات بشكل جيد جداً مع النتائج العملية.

### نماذج نووية اخرى :

١- نموذج الحركة التجميعية Collective motion model : ان النوى التي تكون بعيدة عن الاعداد السحرية هي ليست كروية ولكن تبدي لان تكون متطاولة باتجاه القطبين (راسيا) prolate او متطاولة باتجاه الاستواء (افقيا) oblate. في هذه النوى المشوهة فان المحور الرئيسي يدور في الفضاء وينتج عن ذلك حركة تجميعية collective والتي تشارك فيها كل النيوكليونات. ان الطاقة الدورانية rotational تكون كممة quantized ، لذلك فمستويات الطاقة الدورانية للنوى الزوجية - الزوجية تعطى بالمعادلة :

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I} J (J + 1)$$

حيث J هو الزخم الزاوي للدوران لكل النواة والذي ياخذ القيم الزوجية J= 0, 2, 4, ..... لذلك فالمستويات الدورانية يكون لها تماثل (parity) موجب (+) ، و I هو عزم القصور الذاتي للنواة.

بالاضافة الى الحركة الدورانية فانه يمكن ان تكون هناك حالة متهيجة ناتجة عن الحركات الاهتزازية Vibrational. لقد وجد انه ولمدى من طاقات مستويات التهيج في النواة فانه :  $J_{x2}$

$$\frac{E_{x2}}{E_{x1}} = \frac{J_2 (J_2 + 1)}{J_1 (J_1 + 1)}$$

$$E_{x2} \text{ ————— } J_2$$

$$E_{x1} \text{ ————— } J_1$$

$$g. s. \text{ ————— }$$

٢- النموذج الاحصائي Statistical model : يفترض هذا النموذج ان هناك ترابطاً نووياً قوياً بين النيوكليونات بحيث لا يمكن دراستها انفرادياً وانما يمكن معاملتها احصائياً. ان النموذج يعطي معدلات للكميات الفيزيائية لكل نيوكليون. النتيجة الجيدة لهذا النموذج هي تفسيره لطاقة الترابط النووية .

٣- النموذج العنقودي Cluster model : او نموذج جسيم  $\alpha$ . يفترض ان جسيم  $\alpha$  هو وحدة بناء النواة. أي ان النوى تتكون من عدد صحيح من العدد الكتلي لجسيم  $\alpha$  (أي مضاعفات 4) يطبق هذا النموذج في النوى ذات  $A = 4n$  ، مثل :  $^{12}_6C = 3\alpha$  ،  $^{16}_8O = 4\alpha$

مسائل : ان كتل الجسيمات الذرية وطاقتها السكونية تعطى كما يلي :

$$\text{amu} = u = 1.66043 \times 10^{-27} \text{ kgm}$$

$$M_u C^2 = 931.478 \text{ MeV}$$

$$M_p = 1.67252 \times 10^{-27} \text{ kgm} = 1.00727663 \text{ amu}$$

$$M_p C^2 = 938.256 \text{ MeV}$$

$$M_H (\text{hydrogen atom}) = 1.007825 \text{ amu}$$

$$M_n = 1.67482 \times 10^{-27} \text{ kgm} = 1.0086654 \text{ amu}$$

$$M_n C^2 = 939.550 \text{ MeV}$$

١- إذا كانت زيادة الكتلة mass exeess لنواة  $^{40}_{20}\text{Ca}$  تساوي  $37.4108 \times 10^{-3} \text{ amu}$  ، فما هي طاقة الترابط الكلية لهذه النواة؟ وما معدل طاقة الترابط للنيوكليون الواحد؟

الحل :

$$B_{(40,20)} = [Z M_H + N M_n - M_{(40,20)}] C^2$$

$$M_{(40,20)} = 40 - 37.4108 \times 10^{-3} \text{ amu}$$

$$B_{(40,20)} = [20 \times 1.007825 + 20 \times 1.008665 - (40 - 37.4108 \times 10^{-3})] \times 931.478$$

$$B_{(40,20)} \approx 0.3672 \times 931.478 \approx 342.0387 \text{ MeV}$$

$$B_{ave} = \frac{B_{(40,20)}}{40} \approx 8.55 \text{ MeV/nucleon}$$

٢- باستخدام معادلة طاقة الترابط النووية لنموذج قطرة السائل ، احسب طاقة ترابط النيوترون الاخير لنواة  $^{207}_{82}\text{Pb}$  . استعمل أي مجموعة متجانسة من ثوابت الطاقة .

الحل :

$$S_n = B_{(A,Z)} - B_{(A-1,Z)}$$

$$S_n = B_{(207, 82)} - B_{(206, 82)}$$

$$B_{(A,Z)} = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \mp \delta + \eta$$

$$B_{(207, 82)} = 16 \times 207 - 18 \times 207^{\frac{2}{3}} - 0.72 \frac{82(82-1)}{207^{\frac{1}{3}}} - 23.5 \frac{(125-82)^2}{207} + 0 + \eta$$

$$B_{(206, 82)} = 16 \times 206 - 18 \times 206^{\frac{2}{3}} - 0.72 \frac{82(82-1)}{206^{\frac{1}{3}}} - 23.5 \frac{(124-82)^2}{206} + \frac{11}{\sqrt{206}} + \eta$$

ان قيمة  $S_n$  هي حاصل طرح الكميتين الاخيرتين ل  $B$  .

٣- استخدم معادلة طاقة الترابط النووية لنموذج قطرة السائل لحساب فرق الكتلة بين الذرتين  ${}_{30}^{64}\text{Zn}$  ,  ${}_{29}^{64}\text{Cu}$ .

الحل:

$$B_{(64,29)} = [ 29 M_H + 35 M_n - M_{(64,29)} ] C^2$$

$$B_{(64,30)} = [ 30 M_H + 34 M_n - M_{(64,30)} ] C^2$$

$$B_{Zn} - B_{Cu} = [ M_H - M_n + (M_{Cu} - M_{Zn}) ] C^2$$

$$(M_{Cu} - M_{Zn})C^2 = B_{Zn} - B_{Cu} - (M_H - M_n) C^2$$

$$= B_{Zn} - B_{Cu} - (1.007825 - 1.008665) \times 931.48$$

$$= B_{Zn} - B_{Cu} + 0.782$$

$$B_{Zn} = 16(64) - 18(64)^{2/3} - 0.72 \frac{30(29)}{(64)^{1/3}} - 23.5 \frac{16}{64} + \frac{11}{\sqrt{64}} = 574.9 \text{ MeV}$$

$$B_{Cu} = 16(64) - 18(64)^{2/3} - 0.72 \frac{29(28)}{(64)^{1/3}} - 23.5 \frac{36}{64} - \frac{11}{\sqrt{64}} = 564.83 \text{ MeV}$$

$$(M_{Cu} - M_{Zn})C^2 = 574.9 - 564.83 + 0.782 = 10.852 \text{ MeV}$$

$$M_{Cu} - M_{Zn} = ?$$

٤- ما مقدار الطاقة اللازمة لازالة نيوترون من نواة  ${}_{19}^{41}\text{K}$  التي كتلتها الذرية تساوي 40.974856 amu اذا علمت ان كتلة  ${}_{19}^{40}\text{K}$  الذرية تساوي 39.976709 amu وان كتلة النيوترون هي 1.008665 amu .

الحل:

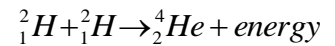
$$39.976709 + 1.008665 = 40.985374 \text{ amu}$$

$$40.985374 - 40.974856 = 0.010518 \text{ amu}$$

فتكون الطاقة اللازمة لازالة النيوترون من  ${}_{19}^{41}\text{K}$  تساوي :

$$S_n = 0.010518 \times 931.48 = 9.797366 \text{ MeV}$$

٥- ما مقدار الطاقة التي ستحرر عندما يتحد ديوترونان لتكوين جسيم الفا ؟



حيث كتلة  ${}^2_1\text{H}$  تساوي 2.01474 amu وكتلة  ${}^4_2\text{He}$  تساوي 4.00387 amu .

الحل:

$$\text{Energy released} = (2 \times 2.01474 - 4.00387) \times 931.48$$

$$= 0.02561 \times 931.48 = 23.85 \text{ MeV}$$

٦- على اساس نموذج القشرة وباعتبار تفاعل البرم مع المدار ، ماهي التسميات الطيفية للنوى التالية :  
 $^{11}_6\text{C}$  ,  $^{73}_{32}\text{Ge}$  . ثم احسب قيمة الزخم الزاوي وقارنها لكل نواة مع تلك المقاسة عمليا وهي  
 $J^\pi \text{ for } ^{11}_6\text{C} = 3/2^- , J^\pi \text{ for } ^{73}_{32}\text{Ge} = 9/2^+$

الحل :

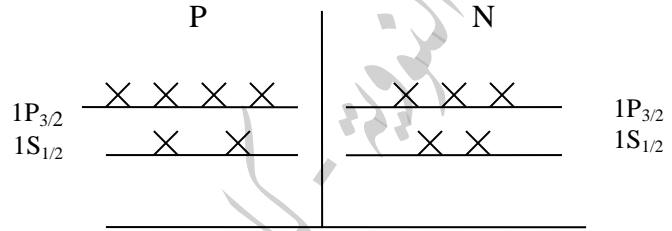
$$\text{for } ^{11}_6\text{C}; N = 11 - 6 = 5$$

$$J = 3/2$$

$$\text{parity} = \pi = (-)^l = (-)^1 = -$$

$$\therefore J^\pi = 3/2^-$$

and experimentally..also..  $J^\pi = 3/2^-$

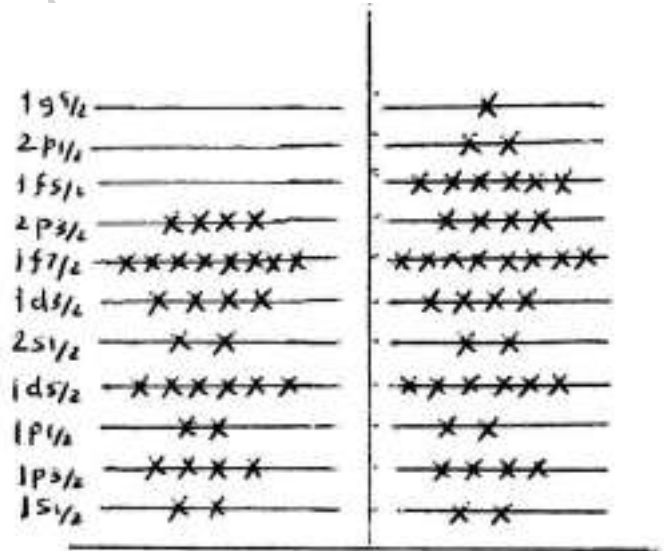


$$\text{for } ^{73}_{32}\text{Ge}, N = 73 - 32 = 41$$

$$J^\pi = 9/2^+$$

and experimentally .....also

$$J^\pi = 9/2^+$$

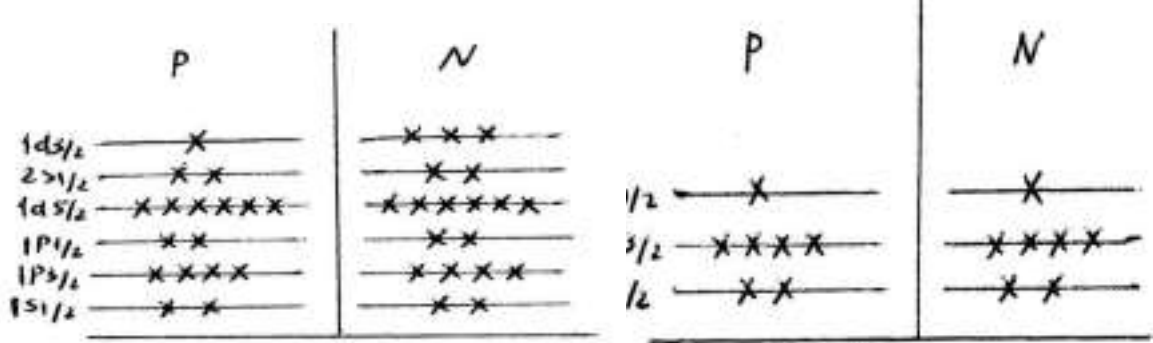




٧- في النوى الفردية –الفردية يكون هناك تفاعل بين البروتون الاخير والنيوترون الاخير حيث يمكن حدوث تفاعل ازدواج بينهما يحاول جعل البرم الذاتي لهما متوازيًا . على هذا الاساس احسب القيم

المتوقعة للزخم الزاوي للحالة الارضية للنوى  $^{14}_7N, ^{36}_{17}Cl$

الحل:



$$^{36}_{17}Cl_{19}$$

$$J_{1(P)} = 3/2, J_{2(N)} = 3/2$$

$$J_{tot} = 3, 2, 1, 0,$$

$$\pi = (+) \times (+) = +$$

$$J^\pi = 3^+, 2^+, 1^+, 0^+$$

$$^{14}_7N_7$$

$$J_{1(P)} = 1/2, J_{2(N)} = 1/2$$

$$J_{tot} = 1, 0, \dots \exp. J = 1$$

$$\pi = \pi_1 \times \pi_2 = (-) \times (-) = +$$

$$J^\pi = 1^+$$

- ٨- ان الطاقات بوحدة MeV والزخم الزاوي لاوطا حالات التهيج من نواة  $^{182}_{81}Ta$  مبينة كما يلي:
- a- هل تتفق هذه القيم مع النموذج الدوراني للنوى دائمة التشوه؟
- b- ماهو عزم القصور الذاتي للنواة حول محور الدوران بوحدة غم. سم<sup>٢</sup>

الحل :

$$a) Ex = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}, \frac{Ex_2}{Ex_1} = \frac{0.329}{0.1} = 3.29$$

$$\frac{J_2(J_2+1)}{J_1(J_1+1)} = \frac{4(4+1)}{2(2+1)} = \frac{20}{6} = 3.3$$

$$\frac{Ex_3}{Ex_2} = \frac{0.68}{0.329} = 2.06$$

$$\frac{J_3(J_3+1)}{J_2(J_2+1)} = \frac{6(6+1)}{4(4+1)} = \frac{42}{20} = 2.1$$

تتفق النتائج مع النموذج الدوراني rotational

J	Ex(MeV)
٦	0.68
٤	0.329
٢	0.1
	<sup>١٨٢</sup> Ta

b) -

$$Ex = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}$$

$$I = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2Ex}$$

and for J = 2 ⇒

$$I = \frac{2 \times 3 (1.05 \times 10^{-27})^2}{2 \times 0.1 \times 1.6 \times 10^{-6}} = 1.4 \times 10^{-47} \text{ gm.cm}^2$$