مراجعة: من المحاضرة السابقة نعلم أن

كثافة الحالات $g(E)$ عند حافة حزمة التوصيل هي

$$g(E) = 4\pi \left[\frac{2m_c^*}{h^2}\right]^{3/2} [E - E_C]^{1/2} \qquad (1)$$

كثافة الحالات عند حافة حزمة التكافؤ هي

$$g(E) = 4\pi \left[\frac{2m_v^*}{h^2}\right]^{3/2} [E_v - E]^{1/2} \qquad (2)$$

حيث ان E_v و E_C هما طاقة الإلكترون في حزمتي التكافؤ و التوصيل على التوالي،و E طاقة الإلكترون، هما كتلة الإلكترون الفعالة عند حافتي حزم التكافؤ و التوصيل على التوالي، ثابت بلانك.

يمكن إيجاد تركيز الحالات و حاملات الشحنة (N) من خلال إجراء التكامل أدناه (لتفاصيل اكثر، راجع كتاب نبائط أشباه الموصلات ، الفصل الأول، من الصفحة رقم 32 إلى الصفحة رقم 37) بأخذ بعين الاعتبار أن هنالك مدى طاقي يحدد ب E_2 المستوى الاعلى و E_1 المستوى الواطئ.

$$N = \int_{E_1}^{E_2} g(E)f(E)dE \qquad (3)$$

وعند تعويض المعادلتان 1 و 2 في المعادلة 3 نجد أن كثافة الحالات في حزمتي التوصيل (N_C) و (N_C) التكافؤ و تراكيز حاملات الشحنة، والإلكترونات (n) والفجوات (p) تعطى بالعلاقات التالية:

$$N_C = 2\left(\frac{2\pi m_c^* k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (4)$$

$$N_V = 2\left(\frac{2\pi m_v^* k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (5)$$

$$n = N_C\, exp - \frac{E_C - E_F}{k_B T} \qquad (6)$$

$$p = N_v\, exp - \frac{E_F - E_V}{k_B T} \qquad (7)$$

Dr. Rasha Abbas Awni
College of Education for Pure Sciences
Dep. of Physics, Tikrit University
Semiconductors 2023 - 2024

تأين ذرات الشوائب Ionization of impurity atoms

عندما تعطي الذرة الشائبة المانحة donor الكترون أو القابلة acceptor فجوة، فانها ستصبح متأينة وتحمل شحنة موجبة +q (بالنسبة للمانحات) أو سالبة -q (بالنسبة للقابلات). أما إن لم يحدث التأين، فإن الذرة الشائبة لن تعطي حامل الشحنة الحر للبلورة وبالتالي لا تساهم في التوصيل الكهربائي.

نفترض أن شائبة مانحة مثل الزرنيخ في بلورة السيليكون، نجد أنه عملية تأين ذرة الزرنيخ هي عملية عكسية، ويمكن كتابتها على النحو الآتي

$$As^0 \leftrightharpoons As^+ + e^- \qquad (8)$$

حيث يمثل As^0 ذرة الزرنيخ المانحة و المتعادلة الشحنة، وتمثل As^+ ذرة الزرنيخ المانحة و الفاقدة لالكترون و بالتالي تأينت لتحمل شحنة موجبة، و تمثل e^- الشحنة السالبة التي اكتسبتها احد ذرات السليكون في البلورة. و بالتالي فان التراكيز الكلي للشوائب المانحة N_d يمكن التعبير عنه على النحو الاتي:

$$N_d = {N_d}^+ + {N_d}^0 \qquad (9)$$

حيث يمثل ${N_d}^+$ تركيز المانحات المتأينة، و ${N_d}^0$ تركيز المانحات الغير متأينة.

يمكن الحصول على احتمال أشغال المستوى E_d المانح بالتعويض عن E ب E_d في دالة توزيع فيرمي- ديراك، ثم الأخذ بعين الاعتبار مبدأ الاستبعاد لباولي، و الذي يسمح بأن يُملأ كل مستوى طاقة بألكترونين فقط، ففي هذه الحالة، يمكن لذرة الزرنيخ المتأينة تَلقي إلكترون واحد فقط، وبالتالي يجب إدخال عامل تصحيح يسمى ب"عامل الانحلالdegeneracy factor" والذي يساوي ½. ففي هذه الحالة، معادلة فيرمي-ديراك تكتب على النحو الآتي:

$$f(E) = \frac{1}{1+\ ½\ exp\left(\frac{E_d - E_F}{k_B T}\right)} = \frac{{N_d}^0}{N_d} \qquad (10)$$

يطبق نفس المبدأ في حال كون الذرة الشائبة قابلة مع مراعاة كونها ستكسب الكترون من ذرة السليكون لتخلف فجوة موجبة، اي:

$$B^0 + e^- \leftrightharpoons B^- \qquad (11)$$

حيث يمثل B^0 ذرة البورون القابلة و المتعادلة الشحنة، وتمثل B^- ذرة البورون القابلة و المُكتسبة لالكترون و بالتالي تأينت لتحمل شحنة سالبة، و تمثل e^- الشحنة السالبة التي فقدتها احد ذرات السليكون في البلورة. و بالتالي فان التراكيز الكلي للشوائب القابلة N_a يمكن التعبير عنه على النحو الاتي:

$$N_a = {N_a}^- + {N_a}^0 \qquad (12)$$

حيث يمثل $N_a{}^+$ تركيز المانحات المتأينة، و $N_a{}^0$ تركيز المانحات الغير متأينة.

يمكن الحصول على احتمال أشغال المستوى E_a المانح بالتعويض عن E ب E_a في دالة توزيع فيرمي- ديراك، تكتب على النحو الآتي:

$$f(E) = \frac{1}{1+ \frac{1}{2} exp\left(\frac{E_a - E_F}{k_B T}\right)} = \frac{N_a{}^0}{N_a} \qquad (13)$$

الزوج الكترون – فجوة في حالة الاتزان Electron-hole pair at equilibrium

لدراسة اتزان الزوج الكترون-فجوة، لنفرض أن لدينا بلورة شبه موصلة تحتوي على نوعين من الشوائب، النوع الموجب p والنوع السالب n. لنفرض ان لدينا بلورة متعادلة الشحنة، فإنه يمكن كتابة معادلة تعادل الشحنة عند الاتزان الحراري على النحو الآتي:

$$n + N_a{}^- = p + N_d{}^+ \qquad (14)$$

علما ان p و n هما تراكيز الفجوات و الالكترونات الحرة. و عند درجة حرارة كافية لتأين ذرات الشوائب (درجة حرارة الغرفة كافية للتأين في أغلب الأحيان)، يمكن اعتبار ان جميع القابلات و المانحات متأينة، اي

$$N_d{}^+ \cong N_d \qquad (15)$$

$$N_a{}^- \cong N_a \qquad (16)$$

فان معادلة 14 تكتب الشكل الاتي:

$$n + N_a = p + N_d \qquad (17)$$

$$n - p = N_d - N_a \qquad (18)$$

و باستخدام خواص مربع فرق و مجموع حدين، نجد ما ياتي:

$$(n+p)^2 = p^2 + n^2 + 2np \qquad (19)$$

$$(n-p)^2 = n^2 + p^2 - 2np \qquad (20)$$

$$(n+p)^2 - (n-p)^2 = 4np \qquad (21)$$

$$(n+p)^2 = (n-p)^2 + 4np \qquad (22)$$

لشبه الموصل النقي فان تركيز الحاملاة الحرة الذاتية n_i ، يكون تركيز الالكترونات مساوي لتركيز الفجوات $n = p$ ، اي ان:

$$np = {n_i}^2 \quad (23)$$

$$(n+p)^2 = (n-p)^2 + 4{n_i}^2 \quad (24)$$

نعوض المعادلة 18 في المعادلة 24، نجد ان:

$$(n+p)^2 = (N_d - N_a)^2 + 4{n_i}^2 \quad (25)$$

$$n + p = \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4{n_i}^2} \quad (26)$$

بتعويض معادلة 18 بالمعادلة 25، نجد ان:

$$n = \frac{1}{2}\left[(N_d - N_a) + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4{n_i}^2}\right] \quad (27)$$

$$p = \frac{1}{2}\left[(N_a - N_d) + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4{n_i}^2}\right] \quad (28)$$

عند درجة حرارة الغرفة و حرارة اعلى، و لشبه موصل من النوع السالب فان $N_d \gg N_a$ و $N_d \gg n_i$ و فان تركيز الالكترونات n و الفجوات p يعطى بالعلاقة الاتية

$$n \cong N_d \quad (29)$$

$$p = \frac{{n_i}^2}{N_d} \quad (30)$$

عند درجة حرارة الغرفة و حرارة اعلى، و لشبه موصل من النوع الموجب فان $N_d \ll N_a$ و $N_a \gg n_i$ و فان تركيز الالكترونات n و الفجوات p يعطى بالعلاقة الاتية

$$p \cong N_a \quad (30)$$

$$n = \frac{{n_i}^2}{N_a} \quad (31)$$

كما و يمكن ايجاد تركيز الحاملات الذاتية بتعويض المعادلة 6 و 7 في المعادلة 23، اي

$${n_i}^2 = np \quad (23)$$

$${n_i}^2 = N_C\, N_v \left[exp - \frac{E_C - E_F}{k_B T}.exp - \frac{E_F - E_V}{k_B T}\right] \quad (32\text{-a})$$

$$n_i^{\,2} = N_C\, N_v \left[exp \frac{-E_C+E_F-E_F+E_V}{k_B T}\right] \qquad (32\text{-b})$$

$$n_i^{\,2} = N_C\, N_v \left[exp - \frac{E_C-E_V}{k_B T}\right] \qquad (32\text{-c})$$

علما ان $E_g \cong E_C - E_V$

$$n_i^{\,2} = N_C\, N_v \left[exp - \frac{E_g}{k_B T}\right] \qquad (32\text{-d})$$

$$n_i = \sqrt{N_C\, N_v} \left[exp - \frac{E_g}{2k_B T}\right] \qquad (33)$$

واجب: ماذا يحدث لتركيز الالكترونات n و الفجوات p عند درجات الحراره المنخفضة؟

حساب مستوى فيرمي Fermi level calculations

يمكننا ايجاد مستوي فيرمي دلالة كثافة الحالات N_C و باستخدام معادلة رقم 6 و 29، عند التاين التام للمانحات:

$$n \cong N_d \cong N_C\, exp - \frac{E_C-E_F}{k_B T} \qquad (29\ \&\ 6)$$

و باخذ اللوغارتم الطبيعي ln لطرفي المعادلة و اعادة ترتيب الحدود نجد ان:

$$E_C - E_F = k_B T\, ln \left[\frac{N_C}{N_d}\right] \qquad (34)$$

باستخدام معادلة رقم 7 و 30، عند التاين التام للقابلات:

$$p \cong N_a \cong N_V\, exp - \frac{E_F-E_V}{k_B T} \qquad (6)$$

و باخذ اللوغارتم الطبيعي ln لطرفي المعادلة و اعادة ترتيب الحدود نجد ان:

$$E_F - E_V = k_B T\, ln \left[\frac{N_V}{N_a}\right] \qquad (35)$$

يمكن حساب طاقة مستوي فيرمي بمساوات المعادلة رقم 34 او 35 و اعادة ترتيب الحدود (**واجب**).

او

و لشبه موصل نقي و عند التوازن الحراري، فان تركيز الحاملات الذاتية يساوي تركيز الالكترونات الحرة و يساوي تركيز الفجوات الحرة، اي تتساوى المعادلتان رقم 6 و 7 فنحصل على:

$$n = p = n_i \qquad (36)$$

$$N_C\, exp - \frac{E_C-E_F}{k_B T} = N_v\, exp - \frac{E_F-E_V}{k_B T} \qquad (37\text{-a})$$

$$N_C = N_v \left[exp\frac{-E_F+E_V}{k_BT} exp\frac{E_C-E_F}{k_BT} \right] \quad (37\text{-b})$$

$$N_C = N_v \left[exp\frac{2E_F+E_V+E_C}{k_BT} \right] \quad (37\text{-c})$$

و باخذ اللوغارتم الطبيعي ln لطرفي المعادلة و اعادة ترتيب الحدود نجد ان:

$$E_F = \frac{1}{2}(E_V + E_C) + \frac{1}{2}k_BT\ ln\frac{N_V}{N_C} \quad (37\text{-d})$$

و بتعويض قيم كثافة الحالات في حزمتي التكافؤ و التوصيل اي المعادلتان 4 و 5 نجد ان:

$$E_F = \frac{1}{2}(E_V + E_C) + \frac{3}{4}k_BT\ ln\frac{m_v^*}{m_C^*} \quad (37\text{-d})$$

و بفرض ان كتلة الالكترون الفعالة عند حافة حزمة التوصيل مساوية للكتلة الفعالة للالكترون عند حافة حزمة التوصيل، $m_v^* = m_C^*$، فان حد الكتل الفعالة في اخر معادلة اعلاه يساوي صفر، اي

$$E_F = \frac{1}{2}(E_V + E_C) \cong E_i \quad (38)$$

حيث لاشباه الموصلات النقية مستوى طاقة فيرمي E_F مساوي تقريبا لطاقة المستوي الذاتي E_i.

واجب: احسب طاقة مستوي فيرمي لشبه موصل من النوع السالب، و مرة اخرى لشبه موصل من النوع الموجب.