

معكوس تحويل لابلاس Inverse Laplace Transform

إذا كان $L\{f(x)\} = \bar{f}(p)$ فتسمى الدالة $f(x)$ معكوس تحويل لابلاس او تحويل لابلاس العكسي ويعبر عنه بالشكل

$$f(x) = L^{-1}\{\bar{f}(p)\}$$

مثال

لإيجاد معكوس تحويل لابلاس

$$y(p) = \frac{3}{p^2 - 9}$$

$$f(x) = L^{-1}\{y(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{3}{p^2 - 9}\right\}$$

$$\therefore f(x) = \sinh 3x$$

مثال

لإثبات أن

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{(p-2)(p+4)}\right\} = \frac{1}{6}(e^{2x} - e^{-4x})$$

باستخدام تجزئة الكسور نجد أن

$$A = \frac{1}{6}, \quad B = \frac{-1}{6}$$

وعليه يكون

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{(p-2)(p+4)}\right\} = \frac{1}{6}(e^{2x} - e^{-4x})$$

الخاصية الخطية لمعكوس تحويل لابلاس

إن معكوس تحويل لابلاس هو تحويل خطي أيضا كما في تحويل لابلاس أي انه إذا كانت كل من $f(x)$, $g(x)$ دوال للمتغير x و A, B ثوابت اختيارية وكانت

$$\bar{f}(p) = L\{f(x)\}, \bar{g}(p) = L\{g(x)\},$$

فإن

$$\begin{aligned}
L^{-1}\{A\bar{f}(p) + B\bar{g}(p)\} &= L^{-1}\{A\bar{f}(p)\} + L^{-1}\{B\bar{g}(p)\} \\
&= AL^{-1}\{\bar{f}(p)\} + BL^{-1}\{\bar{g}(p)\} \\
&= Af(x) + Bg(x)
\end{aligned}$$

مثال

لإيجاد معكوس تحويل لابلاس للدالة $F(p) = \frac{3p+8}{p^2+16}$ نأخذ معكوس لابلاس لكلا الطرفين فنجد أن

$$\begin{aligned}
L^{-1}\{F(p)\} &= L^{-1}\left\{\frac{3p+8}{p^2+16}\right\} = 3L^{-1}\left\{\frac{p}{p^2+16}\right\} + 2L^{-1}\left\{\frac{4}{p^2+16}\right\} \\
&= 3 \cos 4x + 2 \sin 4x
\end{aligned}$$

تمارين (تحل في المحاضرة)

جد معكوس تحويل لابلاس للدوال التالية

$$1) F(p) = \frac{1}{p^8}$$

$$2) F(p) = \frac{1}{p+5}$$

$$3) F(p) = \frac{1}{p-3}$$

$$4) F(p) = \frac{1}{(p+6)^3}$$

$$5) F(p) = \frac{p}{p^2+16}$$

$$6) F(p) = \frac{p}{p^2-5p-14}$$

$$7) F(p) = \frac{2p^2+1}{p(p^2+1)}$$

واجب بيتي HW

جد معكوس تحويل لابلاس للدوال التالية

1) $F(p) = \frac{1}{p^3}$

2) $F(p) = \frac{-7}{p^2 + 16}$

3) $F(p) = \frac{2p - 9}{p^2 + 25}$

4) $F(p) = \frac{p}{p^2 + 2p + 5}$

5) $F(p) = \frac{1}{p^2 + 15p + 56}$

6) $F(p) = \frac{p + 3}{p^2 + 6p + 5}$

7) $F(p) = \frac{4}{(p - 2)^2}$

8) $F(p) = \frac{2p^2 - p + 2}{p(p^2 + 1)}$

9) $F(p) = \frac{p^2 + p + 1}{p^2(p + 1)}$

10) $F(p) = \frac{3p - 4}{p(p - 2)}$

11) $F(p) = \frac{p^3 + p^2 + 4}{p^2(p^2 + 4)}$

12) $F(p) = \frac{p^2 + p + 2}{p^3}$