

$$=x_1+iy_1-x_2-iy_2$$

$$=x_1-x_2+i(y_1-y_2)$$

$$\text{Ex: } z_1=1+2i, z_2=3-i$$

$$Z_1-z_2=(1+2i)-(3-i)$$

$$=-2+3i \rightarrow (-2,3)$$

$$Z_1=(1,2), Z_2=(-3,1)$$

ملاحظة :

$$Z=(x,y)=(x,0)+(0,y)$$

$$=(x,0)+(0,1)(y,0)$$

$$\text{i.e } z=x+iy=(x+0i)+(0+iy)$$

$$=(x+0)+(0+y)i$$

ملاحظة : دائماً سوف نرمز للعدد المعقد بالرمز z وإذا تحدثت فتكون z_1, z_2, \dots وان يرمز للجزيئين الحقيقي والخيالي بنفس الصيغة اي ان $z_1=x_1+iy_1, z_2=x_2+iy_2$ وهكذا $z=x+iy, \dots$

ثالثاً: عملية الضرب

$$Z_1.Z_2=(x_1+iy_1)(x_2+iy_2)$$

$$=x_1x_2+ix_1y_2+iy_1x_2+i^2y_1y_2$$

$$=x_1x_2-y_1y_2+i(x_1y_2+y_1x_2)$$

وبذلك تعرف عملية الضرب في الاحداد المعقدة بالصيغة التالية

$$Z_1.Z_2=(x_1x_2-y_1y_2)+i(x_1y_2+y_1x_2)$$

$$\text{Ex: } z_1=(-3+2i), z_2=(5-i)$$

$$Z_1.Z_2=(-3+2i).(5-i)$$

$$=-15+2i+(3+10i)$$

$$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$$

$$z_1 = z_2$$

$$z_1 = a_1 + b_1i \quad , z_2 = a_2 + b_2i$$

$$\operatorname{Re}(z_1) = \operatorname{Re}(z_2) \quad [a_1 = a_2]$$

$$\text{And } \operatorname{Im}(z_1) = \operatorname{Im}(z_2) \quad [b_1 = b_2]$$

اي بمعنى يتساوى العددان اي اذا تساوى الجزئين الحقيقي والخيالي .
اذا كان $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$ اذا كان $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$

$$\text{EX: } 5+3i = 2+xi \rightarrow x = 3$$

ملاحظة : نستطيع ان نكتب صيغة z على شكل زوج مرتب

$$Z = a+bi = (a,b)$$

العمليات على الاعداد المعقدة

اولا : عملية الجمع

$$z_1 + z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2)$$

$$= x_1 + x_2 + iy_1 + iy_2$$

$$= (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$$

$$\text{EX: } z_1 = 1+2i \quad , z_2 = 3-i$$

$$z_1 + z_2 = (1+2i) + (3-i)$$

$$= 4 + i \rightarrow (4,1)$$

$$z_1 = (1,2) \quad , z_2 = (3,-1)$$

ثانيا : عملية الطرح

$$z_1 - z_2 = (x_1 + iy_1) - (x_2 + iy_2)$$

Complex Variables and Application

المتغيرات المعقدة وتطبيقاتها

الفصل الاول : الاعداد المعقدة Complex Numbers

تعريف : العدد المعقد

يعرف العدد المعقد بأنه زوج مرتب $Z=(x,y)$ ويكتب بالصيغة $Z=x+iy$ حيث x,y اعداد حقيقية $i^2=-1$ يسمى x الجزء الحقيقي $X=Re(Z)$ ، y الجزء الخيالي $Y=Im(Z)$.

Def: Complex Numbers

$$Z=\{a+bi: a,b \in R, i = \sqrt{-1}\}$$

$$\mathbb{C}=\{z: z=a+bi, a,b \in R, i = \sqrt{-1}\}$$

\mathbb{C} مجموعة كل الاعداد بصيغة (Z)

$$Z^2+1=0$$

$$Z^2=-1$$

$$Z=\pm\sqrt{-1}$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$Z=a+bi \quad , a,b \in R \quad , i = \sqrt{-1}$$

الاعداد الحقيقية داخل الاعداد المركبة كما في الشكل :

$$Z=a+bi \quad \text{if } b=0 \rightarrow z = a \in R$$

$$\text{if } a=0 \rightarrow z = bi \in R$$

$$\text{but } bi \in \mathbb{C}$$

منى تتصلوى $Z_1=Z_2$

$$Z = a + bi \quad , a \in Re(z) \quad , bi \in Im(z)$$